

2 関数 $y=ax^2$ とは？ — y は x の2乗に比例する

このページのゴール y が x の2乗に比例するとはどういうことを言い、表の性質を使う

① 1ページの下の表を調べる

x	0	1	2	3	4
x^2	0	1	4	9	16
y	0	2	8	18	32

y は、いつも x^2 の2倍です。だから $y=2x^2$ と表せ、6秒後は $2 \times 6^2 = 72$ (m) で、1ページの予想 48m とちがいます。

② 2乗に比例する

y が x の関数で、 $y=\boxed{a}x^2$ (a は0でない定数) で表されるとき、 y は x の2乗に比例するという。 a を比例定数という。

わくでかこんだ数が比例定数です。 $y=\boxed{2}x^2$ の比例定数は2、 $y=\boxed{-3}x^2$ の比例定数は-3です。 $y=\frac{x^2}{4}$ は $y=\frac{1}{4}x^2$ と同じなので、比例定数は $\frac{1}{4}$ です。 $y=\frac{4}{x^2}$ のように x^2 が分母にある式は、 $y=ax^2$ の形ではありません。

③ 性質 (x や a が負の数でも成り立つ)

x の値が2倍、3倍、…になると、 y の値は $2^2=4$ 倍、 $3^2=9$ 倍、…になる。
 $x \neq 0$ のとき、 $\frac{y}{x^2}$ の値は一定で、比例定数 a に等しい。

$y=2x^2$ で、 x が1から2になると y は2から8で4倍、1から3になると2から18で9倍です。 $\frac{y}{x^2}$ は $\frac{2}{1} = \frac{8}{4} = \frac{18}{9} = 2$ で、比例定数に等しくなります。 x が負の数のときも、 $(-2)^2=4$ なので、 $y=2x^2$ は $x=-2$ でも $x=2$ でも $y=8$ です。 a が負の数の $y=-3x^2$ も、 x が1から2になると y は-3から-12で4倍です。

④ 比例とくらべる

	比例 $y=ax$	2乗に比例 $y=ax^2$
x が2倍、3倍…のとき	y も2倍、3倍…	y は4倍、9倍…
一定になるもの	$\frac{y}{x}=a$	$\frac{y}{x^2}=a$

× x が2倍だから y も2倍とする ○ y は $2^2=4$ 倍
× $(-2)^2$ を -4 とする ○ $(-2)^2=4$ × $y=2x^2$ の $x=3$ で $(2 \times 3)^2=36$ とする ○ $2 \times 3^2=18$

合言葉 「 x が2倍、3倍なら、 y は4倍、9倍」

3 $y=ax^2$ の式はどうつくるの？ ― 場面から式・1組の x 、 y から式

このページのゴール 場面を $y=$ の式にして2乗に比例するかを調べ、1組の x 、 y から式を求められる

① 場面を式にして、2乗に比例するか調べる

場面	式	2乗に比例するか
1辺 x cm の正方形の面積 y cm ²	$y=x^2$	する (比例定数1)
半径 x cm の円の面積 y cm ²	$y=\pi x^2$	する (比例定数 π)
底面が1辺 x cm の正方形、高さ6cm の正四角柱の体積 y cm ³	$y=6x^2$	する (比例定数6)
縦 x cm、横 $(x+3)$ cm の長方形の面積 y cm ²	$y=x^2+3x$	しない

② 1組の x 、 y から式を求める

- ① $y=ax^2$ と書く
- ② x 、 y の値を代入する (負の数は $(-4)^2$ とかっこ。太字に下線の数、代入した数です)
- ③ a についての方程式を解く
- ④ $y=\square x^2$ の形で答える
- ⑤ (値を聞かれたら) 式に代入する

例1 y は x の2乗に比例し、 $x=-4$ のとき $y=48$ である。 y を x の式で表し、 $x=5$ のときの y の値を求めなさい。

$y=ax^2$ ← 2乗に比例する式
 $48=a \times (-4)^2$ ← $x=-4$ 、 $y=48$ を代入
 $48=16a$ ← $(-4)^2=16$
 $a=3$ ← 両辺を16でわる
 $y=3x^2$ ← $a=3$ を式に入れる
 $x=5$ のとき $3 \times 5^2=75$

例2 y は x の2乗に比例し、 $x=6$ のとき $y=-12$ である。 y を x の式で表しなさい。

$y=ax^2$ ← 2乗に比例する式
 $-12=a \times 6^2$ ← $x=6$ 、 $y=-12$ を代入
 $-12=36a$ ← $6^2=36$
 $a=-\frac{1}{3}$ ← 両辺を36でわる
 $y=-\frac{1}{3}x^2$ ← $a=-\frac{1}{3}$ を式に入れる

③ y から x を求める (答えが2つ)

例3 例2の $y=-\frac{1}{3}x^2$ で、 $y=-3$ のときの x の値を求めなさい。

$-3=-\frac{1}{3}x^2$ ← $y=-3$ を代入
 $x^2=9$ ← 両辺に -3 をかける
 $x=\pm 3$ ← $3^2=9$ 、 $(-3)^2=9$

$\times (-4)^2$ を -16 とする $\bigcirc (-4)^2=16$ $\times a=3$ で終わる $\bigcirc$ 式は $y=3x^2$ まで
 $\times$ 例3で $x=3$ だけ答える $\bigcirc x=3$ と $x=-3$ の両方

合言葉 「2乗に比例と言われたら、まず $y=ax^2$ 」

4 $y=x^2$ のグラフはどんな形？ — なめらかな曲線

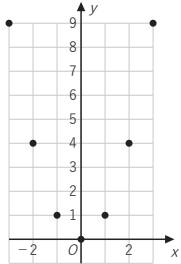
このページのゴール $y=x^2$ の表から点を取り、グラフの形と特徴を言える

① 表の点をとって、 x を細かくしていく

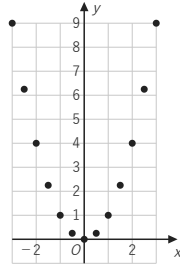
比例や1次関数のグラフは直線でした。 $y=x^2$ のグラフはどんな形でしょうか。まず、 $x=-3\sim 3$ の表の点をとります。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

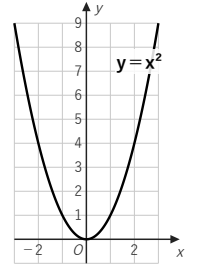
点の間があきすぎているので、 x を 0.5 ごとに点を増やします ($x=\pm 0.5$ で $0.5^2=0.25$ 、 ± 1.5 で $1.5^2=2.25$ 、 ± 2.5 で $2.5^2=6.25$)。さらに細かくすると、点になめらかにつながった**曲線**になります。



1ごと



0.5 ごと



さらに細かくすると

② $y=x^2$ のグラフの特徴

- 原点を通る。原点の近くは平らに近く、**とがっていません**
- **y軸について対称** (x と $-x$ で y が同じ。2ページの③)
- x軸より下には出ない (x^2 は0以上なので、いつも $y\geq 0$)
- $x<0$ の範囲では、右へ行くほど下がり、 $x>0$ の範囲では、右へ行くほど上がる (7ページ)

- × 点と点を直線で結んで、折れ線にする ○ なめらかな曲線で結ぶ
 × 原点をとがらせて、V の字にする ○ 原点のまわりもなめらかにつなぐ

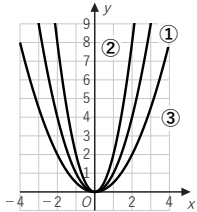
合言葉 「点になめらかな曲線で結ぶ。原点はとがらせない」

5 aが変わると、グラフはどう変わる？ — 放物線

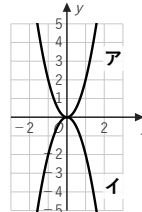
このページのゴール $y=ax^2$ のグラフを $y=x^2$ のグラフとくらべ、a の正負・大きさとグラフの形の関係を言える

① $y=x^2$ をもとに、 $y=2x^2$ ・ $y=\frac{1}{2}x^2$ ・ $y=-2x^2$ とくらべる

同じ x の値で、 $y=2x^2$ の y は $y=x^2$ の2倍、 $y=\frac{1}{2}x^2$ の y は半分、 $y=-2x^2$ の y は符号が反対です。x=2 のとき、① $y=x^2$ は4、② $y=2x^2$ は8、③ $y=\frac{1}{2}x^2$ は2です。



② $y=2x^2$ は、 $y=x^2$ を縦に2倍にのばした形で、開き方が小さく、③ $y=\frac{1}{2}x^2$ は、半分にちぢめた形で、開き方が大きくなります。



ア $y=2x^2$ と イ $y=-2x^2$ は、同じ x の値で y の符号が反対なので、x軸について対称です。イ は下に開きます。

② 放物線

$y=ax^2$ のグラフのような曲線を放物線という（物を投げたときにできる線から名前がついた）。放物線は線対称な図形で、対称の軸を放物線の軸、軸と放物線の交わる点を頂点という。 $y=ax^2$ のグラフの軸は y 軸、頂点は原点。

- $a>0$ のとき上に開き、 $a<0$ のとき下に開く
- a の絶対値が大きいほど、開き方は小さい
- $y=ax^2$ と $y=-ax^2$ のグラフは、x 軸について対称

③ 開き方をくらべる

例 次の4つのグラフを、開き方が小さい順に並べなさい。 $y=\frac{1}{2}x^2$ $y=-2x^2$ $y=3x^2$ $y=-\frac{1}{4}x^2$

開き方は a の絶対値でくらべます。絶対値は $\frac{1}{2}$ 、2、3、 $\frac{1}{4}$ なので、絶対値が大きい順に $y=3x^2$ 、 $y=-2x^2$ 、 $y=\frac{1}{2}x^2$ 、 $y=-\frac{1}{4}x^2$ です。

× 「a が小さいほど開き方が大きい」 ○ 開き方は a の絶対値でくらべる（ $y=-3x^2$ は $y=-x^2$ より開き方が小さい） × $y=-2x^2$ を上に開くとする ○ 下に開く

合言葉 「a が正なら上に、負なら下に開く。開き方は a の絶対値でくらべる」

6 放物線はどうかくの？ グラフから式はどう求めるの？

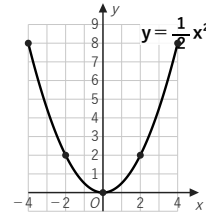
このページのゴール $y=ax^2$ のグラフをかき、グラフが通る点から式を求められる

① 放物線のかき方

- ① $x=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ の表をつくる (a が分数なら、 y が整数になる x を選ぶ。 a が負なら、 y は0以下で下に開く)
- ② 点をとる (y 軸について対称な点は y が同じ)
- ③ 頂点もなめらかに、点を曲線で結ぶ
- ④ はしは開いたまま、座標平面のはしまでかく

$y=\frac{1}{2}x^2$ は、 $x=-4, -2, 0, 2, 4$ を代入します。

x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8



② グラフから式を求める

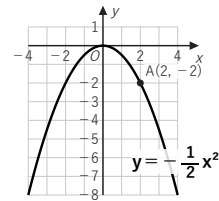
グラフが通る点で、 x 座標・ y 座標がどちらも整数の点を読み、 $y=ax^2$ に代入して a を求めます。

$$-2 = a \times 2^2 \quad \leftarrow \text{点}(2, -2) \text{ を代入}$$

$$-2 = 4a \quad \leftarrow 2^2 = 4$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \quad \leftarrow y = \square x^2 \text{ の形}$$



③ グラフ上の点の座標を求める

例 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点で、 x 座標が -6 の点 P と、 y 座標が 8 の点 Q の座標を求めなさい。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times (-6)^2 & \quad \leftarrow x = -6 \text{ を代入} \\ & = 18 \quad \leftarrow P(-6, 18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 &= \frac{1}{2}x^2 \quad \leftarrow y = 8 \text{ を代入} \\ 16 &= x^2 \quad \leftarrow \text{両辺を2倍する} \\ x &= \pm 4 \quad \leftarrow Q(4, 8) \text{ と } Q(-4, 8) \text{ の2つ} \end{aligned}$$

× はしをすぼめて、閉じた形にする ○ はしは開いたまま、座標平面のはしまで

× y 座標から x 座標を求めて $x=4$ だけ答える ○ $x=4$ と $x=-4$ の両方

合言葉 「放物線は、なめらかに、はしは開いたまま」

7

x が増えると y はどう変わる？ — 変化の割合は一定でない

このページのゴール

$y=ax^2$ の値の増え方・減り方を言い、変化の割合を求められる

① 値の増減

$y=x^2$ ($a>0$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

$y=-x^2$ ($a<0$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

$a>0$ のとき、 $x<0$ の範囲では x が増えると y は減り、 $x>0$ の範囲では増え、 $x=0$ のとき y はいちばん小さい値 0 です。 $a<0$ のときは反対で、 $x=0$ のとき y はいちばん大きい値 0 です。

② 変化の割合の求め方

変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量 }}$ (中2の見直し)

- ① 分数の線と、上下に「□-□」を先に書く
- ② x は「後-前」、 y も同じ順で入れて計算する (区間が0をまたいても同じ)

③ 比例とくらべる

x	1	3	5
y	2	6	10

$\frac{6-2}{3-1}=2$ ← x が1から3まで
 $\frac{10-6}{5-3}=2$ ← x が3から5まで

x	1	3	5
y	2	18	50

$\frac{18-2}{3-1}=8$ ← x が1から3まで
 $\frac{50-18}{5-3}=16$ ← x が3から5まで

$y=2x$ はどちらも 2 (比例定数) で一定、 $y=2x^2$ は 8 と 16 で区間によって変わります。

例 (a が負で x が負の区間) $y=-2x^2$ 、 x が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合

$-2 \times (-1)^2 = -2$ ← $x = -1$ のときの y
 $-2 \times (-3)^2 = -18$ ← $x = -3$ のときの y
 $\frac{-2 - (-18)}{-1 - (-3)} = \frac{16}{2}$ ← 負の数をひくので、かっこをつける

=8

 ← 変化の割合

$\times y=2x^2$ の変化の割合を 2 (a) とする ☐ 区間ごとに計算する $\times x$ は「後-前」なのに y は「前-後」 ☐ 同じ順

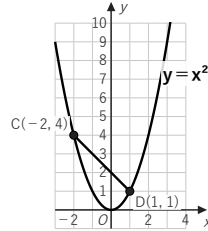
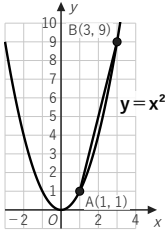
合言葉 「変化の割合は、 $\frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量 }}$ 。 $y=ax^2$ では区間で変わる」

8 変化の割合はグラフのどこに表れる？ — 傾き・平均の速さ

このページのゴール 変化の割合が2点を通る直線の傾きであることを知り、平均の速さを求められる

① 変化の割合と、2点を通る直線の傾き

$y=x^2$ で、 x が1から3まで増加するときの変化の割合は $\frac{9-1}{3-1}=4$ で、2点(1, 1)、(3, 9)を通る直線の傾きも4です（中2：傾き＝変化の割合）。区間がちがうと直線もちがいで、 x が-2から1までなら $\frac{1-4}{1-(-2)}=-1$ で、2点(-2, 4)、(1, 1)を通る直線の傾きも -1 です。



② 2点を通る直線の式

右のグラフの2点(-2, 4)、(1, 1)を通る直線は、傾きが-1なので $y=-x+b$ とおきます。

$$y = -x + b \quad \leftarrow \text{傾きが}-1$$

$$1 = -1 + b \quad \leftarrow \text{点}(1, 1) \text{を代入}$$

$$b = 2 \quad \leftarrow \text{両辺に1をたす}$$

$$y = -x + 2$$

③ 平均の速さ

平均の速さ = $\frac{\text{進んだ距離}}{\text{かかった時間}}$ （時間を x 、距離を y とすると、変化の割合）

1ページの下り ($y=2x^2$) で、1秒後から3秒後までと、2秒後から4秒後までの平均の速さを求めます。

$$\frac{18-2}{3-1} = \frac{16}{2} \quad \leftarrow 1\text{秒後}2\text{m、}3\text{秒後}18\text{m}$$

$$= 8 \quad \leftarrow \text{毎秒}8\text{m}$$

$$\frac{32-8}{4-2} = \frac{24}{2} \quad \leftarrow 2\text{秒後}8\text{m、}4\text{秒後}32\text{m}$$

$$= 12 \quad \leftarrow \text{毎秒}12\text{m}$$

あとの区間ほど平均の速さが大きいので、だんだん速くなっています。

× 1秒後から3秒後の平均の速さを「3秒後の距離を3でわる」とする ○ 進んだ距離 (18-2) を、かかった時間 (3-1) でわる

合言葉 「変化の割合＝2点を通る直線の傾き」

9 yの変域はどう求めるの？ — グラフの下と上を見る

このページのゴール xの変域から、 $y=ax^2$ のyの変域を求められる

変域 … その変数にとりうる値の範囲

① グラフを簡単にかき、xの変域のはしに縦の線をひく

③ xの変域に0が入るなら、頂点の $y=0$ も入れる

② はしのxでのyを計算する

④ いちばん小さいyといちばん大きいyを不等号で書く (< のはしは < のまま)

例1 (0をふくまない) $y=x^2$ 、 $1 \leq x \leq 3$

$$1^2=1 \quad \leftarrow x=1 \text{ のとき}$$

$$3^2=9 \quad \leftarrow x=3 \text{ のとき}$$

$$1 \leq y \leq 9 \quad \leftarrow 0 \text{ は入らない}$$

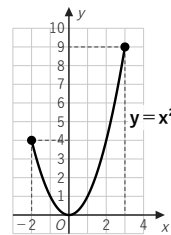
例2 (0をふくむ) $y=x^2$ 、 $-2 \leq x \leq 3$

$$(-2)^2=4 \quad \leftarrow x=-2 \text{ のとき}$$

$$3^2=9 \quad \leftarrow x=3 \text{ のとき}$$

$$0^2=0 \quad \leftarrow x=0 \text{ のとき (頂点)}$$

$$0 \leq y \leq 9 \quad \leftarrow \text{いちばん下は頂点の} 0$$



例3 (aが負の数) $y=-2x^2$ 、 $-1 \leq x \leq 2$

$$-2 \times (-1)^2 = -2 \quad \leftarrow x=-1 \text{ のとき}$$

$$-2 \times 2^2 = -8 \quad \leftarrow x=2 \text{ のとき}$$

$$0 \quad \leftarrow x=0 \text{ のとき (頂点)}$$

$$-8 \leq y \leq 0 \quad \leftarrow \text{いちばん上は頂点の} 0$$

例4 (はしが<) $y=2x^2$ 、 $-3 < x \leq 1$

$$2 \times (-3)^2 = 18 \quad \leftarrow x=-3 \text{ のとき (ふくまない)}$$

$$2 \times 1^2 = 2 \quad \leftarrow x=1 \text{ のとき}$$

$$0 \quad \leftarrow x=0 \text{ のとき (頂点)}$$

$$0 \leq y < 18 \quad \leftarrow 18 \text{ は入らない}$$

× 例2で両はしを代入しただけの $4 \leq y \leq 9$ ○ 0をふくむので頂点も入れて $0 \leq y \leq 9$

× 例4で $0 \leq y \leq 18$ (< を $\leq$ にする) ○ $0 \leq y < 18$ × 例3で $0 \leq y \leq -8$ ○ 小さいほうを左に $-8 \leq y \leq 0$

合言葉 「xの変域に0が入ったら、yの変域のはしは0」

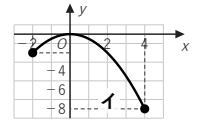
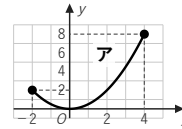
10 比例定数 a はどう求めるの? — 変域・変化の割合・座標を a で表す

このページのゴール y の変域や変化の割合、グラフ上の点の条件から、比例定数 a を求められる

① y の変域から a を求める

例1 $y=ax^2$ で、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域が $-8 \leq y \leq 0$ である。 a の値を求めなさい。

a の正負が分からないので、 $a>0$ と $a<0$ のグラフを考えます。 $a>0$ (左のア) だと y は0以上になり、 $-8 \leq y \leq 0$ になりません。 y のいちばん大きい値が0なので、**下に開く ($a<0$)** (右のイ)。下に開くと原点から遠い x ほど y が小さい (上に開くと大きい) ので、 -2 と 4 では 4 のほうが遠く、 $x=4$ のとき $y=-8$ です。



$$-8 = a \times 4^2 \quad \leftarrow x=4, y=-8 \text{ を代入}$$

$$-8 = 16a \quad \leftarrow 4^2 = 16$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{両辺を16でわる}$$

② 変化の割合から a を求める

例2 $y=ax^2$ で、 x が1から3まで増加するときの変化の割合が16である。 a の値を求めなさい。

$$\frac{a \times 3^2 - a \times 1^2}{3-1} = \frac{9a-a}{2} \quad \leftarrow \text{区間の両はしの } y \text{ を } a \text{ で表す}$$

$$\frac{9a-a}{2} = 4a \quad \leftarrow \text{変化の割合}$$

$$4a = 16 \quad \leftarrow \text{変化の割合が16}$$

$$a = 4 \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

③ グラフ上の点の座標を a で表す

$y=ax^2$ 上で x 座標が2の点は $(2, a \times 2^2 = 4a)$ 。 y 座標が等しく x 座標がちがう点は、 y 軸について対称な $(-2, 4a)$ です。

例3 放物線 $y=ax^2$ ($a<0$) 上に、 x 座標が2の点 C をとり、 C と y 座標が等しく x 座標がちがう点を D とする。直線 OD の傾きが2のとき、 a の値を求めなさい (O は原点)。

$$\frac{4a-0}{-2-0} = -2a \quad \leftarrow D(-2, 4a) \text{ と } O \text{ を通る直線の傾き}$$

$$-2a = 2 \quad \leftarrow \text{傾きが2}$$

$$a = -1 \quad \leftarrow \text{両辺を-2でわる } (a<0 \text{ に合う})$$

× y の最大が0なのに、 $a>0$ として代入する ○ 最大が0なら下に開く ($a<0$)

合言葉 「 y の変域の最大が0なら、 a は負」

11

ブレーキの跡から速さが分かる？ — $y=ax^2$ とみなして求める

このページのゴール

2つの数量を $y=ax^2$ とみなして式をつくり、分からない量を求められる

びったりではなくても、2つの数量の関係を $y=ax^2$ と考えて、まだ分からない量を予想することを、 **$y=ax^2$ とみなす**といいます。

- ① 2つの数量を x 、 y にする（単位も書く）
- ② 表で $\frac{y}{x^2}$ を調べ、 $y=ax^2$ とみなせるか決める
- ③ 式を求める
- ④ 代入して答え、答えを確かめる

①

ブレーキの跡の長さから、速さを求める

例1

ある乾いた道で、ブレーキをかけてから止まるまでに進む距離（ブレーキの跡の長さ）を調べたところ、速さが 40、60、80 km/h のとき、距離は 8、18、32 m でした。ブレーキの跡が 50m の車は、およそ時速何 km で走っていましたか。

速さ x (km/h)	40	60	80
距離 y (m)	8	18	32
$\frac{y}{x^2}$	$\frac{8}{1600} = \frac{1}{200}$	$\frac{18}{3600} = \frac{1}{200}$	$\frac{32}{6400} = \frac{1}{200}$

$\frac{y}{x^2}$ が一定なので、 $y = \frac{1}{200}x^2$ とみなします（速さが2倍の 40→80 で、距離は 8→32 の4倍）。ブレーキの跡が 50m なので、 $y=50$ を代入します。

$$50 = \frac{1}{200}x^2$$

← $y=50$ を代入

$$x^2 = 10000$$

← 両辺に200をかける

$x = 100$

← $x > 0$ だから

②

ふりこの長さと、1往復する時間

例2

ふりが1往復する時間を x 秒、ふりこの長さを y m とすると、 y は x の2乗に比例する。1往復に4秒かかるふりこの長さは 4m である。長さが 2.25m のふりこは、1往復に何秒かかりますか。

$$\underline{4} = a \times \underline{4}^2$$

← $x=4$ 、 $y=4$ を代入

$$4 = 16a$$

← $4^2=16$

$$a = \frac{1}{4}$$

← 両辺を16でわる

$y = \frac{1}{4}x^2$

← 式

$$2.25 = \frac{1}{4}x^2$$

← $y=2.25$ を代入

$$x^2 = 9$$

← 両辺に4をかける

$x = 3$

← $x > 0$ だから

- × 速さが2倍なので、距離も2倍とする ○ 距離は $2^2=4$ 倍
- × $x=\pm 100$ と答える ○ 速さは正の数なので $x=100$ だけ

合言葉

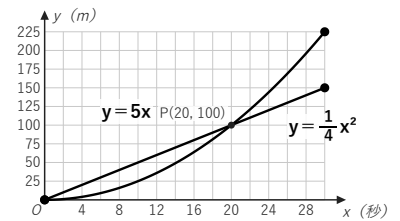
「速さが2倍なら、止まるまでの距離は4倍」

12 いつ追いつく？ — 2つのグラフの交点を読む

このページのゴール $y=ax^2$ と直線のグラフの交点から、追いつく時間や地点を求められる

問題 駅を出発した電車は、出発してから x 秒間に y m 進み、 $y=\frac{1}{4}x^2$ ($0\leq x\leq 30$) の関係がある。電車が
出発すると同時に、毎秒5m の自転車が、電車の横の道を同じ向きに駅の前を通過した。自転車の進む距離
は、 $y=5x$ と表せる。

右のグラフは、電車（放物線）と自転車（直線）を、1つの座標平面にかいたものです。



① 10秒後に、どちらがどれだけ前にいる？

$$\frac{1}{4} \times 10^2 = 25 \quad \leftarrow \text{電車の距離 (m)}$$

$$5 \times 10 = 50 \quad \leftarrow \text{自転車の距離 (m)}$$

$$50 - 25 = 25 \quad \leftarrow \text{自転車が25m 前}$$

2つの位置のちがいは、グラフでは縦（y座標）の差です。10秒後は、自転車のグラフが電車のグラフより 25 だけ上にあります。

② 電車が自転車に追いつくのはいつ？

追いつくのは、2つの位置が等しくなるとき、つまり2つのグラフが交わるときです。

$$\frac{1}{4}x^2 = 5x \quad \leftarrow \text{電車と自転車が同じ位置}$$

$$x^2 = 20x \quad \leftarrow \text{両辺に4をかける}$$

$$x^2 - 20x = 0 \quad \leftarrow \text{移項する}$$

$$x(x - 20) = 0 \quad \leftarrow \text{共通因数 } x \text{ でくくる}$$

$$x = 0, 20$$

$x=0$ は、出発したときです。追いつくのは 20秒後で、駅から $5 \times 20 = 100$ (m) の地点です。

③ 追いついたあとは？

20秒後からは、電車のグラフが自転車のグラフより上になり、電車が前に出ます。24秒後は、電車が $\frac{1}{4} \times 24^2 = 144$ (m)、自転車が $5 \times 24 = 120$ (m) で、電車が $144 - 120 = 24$ (m) 前です。

× 交点の方程式の解 $x=0$ を答える ○ $x=0$ は出発のとき。追いつくのは $x=20$

× 「何m はなれているか」を x座標の差で読む ○ 何m は縦（y座標）の差

合言葉 「追いつくのは、2つのグラフが交わるとき」

13 放物線と直線の交点は？ — 2つの式の y を = で結ぶ

このページのゴール 放物線と直線の交点の座標と、放物線上の2点を通る直線の式を求められる

① 放物線と直線の交点

例1 放物線① $y=x^2$ と直線② $y=-2x+3$ の交点の座標を求めなさい。

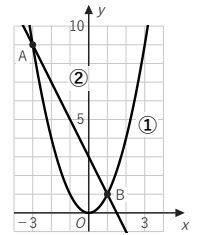
$$x^2 = -2x + 3 \quad \leftarrow 2つの式の y を = で結ぶ$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \leftarrow 移項して整理する$$

$$(x+3)(x-1) = 0 \quad \leftarrow 左辺を因数分解する$$

$$x = -3, 1 \quad \leftarrow 交点の x 座標$$

y 座標は $(-3)^2=9$ 、 $1^2=1$ なので、交点は $A(-3, 9)$ と $B(1, 1)$ です。



② 放物線上の2点を通る直線の式

例2 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上に、 x 座標が -2 と 4 の2点 A 、 B がある。直線 AB の式を求めなさい。

先に y 座標を求めます。 $\frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$ 、 $\frac{1}{2} \times 4^2 = 8$ なので、 $A(-2, 2)$ 、 $B(4, 8)$ です。直線の傾きは、 A から B までの変化の割合です。

$$\frac{8-2}{4-(-2)} = \frac{6}{6} \quad \leftarrow 変化の割合 (傾き)$$

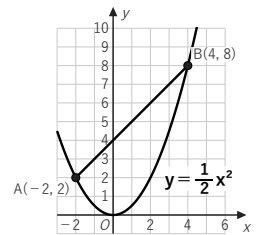
$$= 1$$

$$y = x + b \quad \leftarrow 傾きが1$$

$$8 = 4 + b \quad \leftarrow 点 B(4, 8) を代入$$

$$b = 4 \quad \leftarrow 4を移項する$$

直線 AB は $y=x+4$ で、切片 4 が y 軸との交点の y 座標です (14ページで使います)。



③ 交点の座標から a を求める

例3 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=-x+6$ が、 x 座標が3の点で交わっている。 a の値を求めなさい。

交点はどちらの式にも合うので、 y 座標は直線の式から $-3+6=3$ 。交点は $(3, 3)$ です。

$$3 = a \times 3^2 \quad \leftarrow 交点(3, 3) を代入$$

$$3 = 9a \quad \leftarrow 3^2=9$$

$$a = \frac{1}{3} \quad \leftarrow 両辺を9でわる$$

× 交点の y 座標を求め忘れる ○ x 座標が出たら、式に代入して y 座標も求める

× 直線の傾きを放物線の a ($\frac{1}{2}$) とまちがえる ○ 傾きは2点の変化の割合 $\frac{8-2}{4-(-2)} = 1$

合言葉 「交点は、 y を = で結んで2次方程式」

14 放物線と三角形の面積は？ — y軸で2つに分ける・座標を文字で表す

このページのゴール 放物線と直線でできる三角形の面積を求め、面積の条件から点の座標を求められる

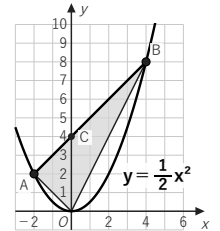
① 三角形の面積の求め方 (y軸で2つに分ける)

直線とy軸の交点Cで、 $\triangle OAB$ を $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ に分けます(底辺はOC、高さはA、Bからy軸までの長さ=x座標の絶対値)。13ページのA(-2, 2)、B(4, 8)、C(0, 4)で求めます。

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4 \quad \leftarrow \triangle OAC : \text{底辺 } OC=4, \text{高さ} 2$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \quad \leftarrow \triangle OBC : \text{底辺 } OC=4, \text{高さ} 4$$

$$4 + 8 = 12 \quad \leftarrow \triangle OAB \text{の面積は} 12$$



辺がy軸に平行なとき(2点のx座標が等しいとき)は、底辺の長さはy座標の差、高さは残りの頂点からその辺までの横の長さ(x座標の差)です。たとえば、P(4, 11)、Q(4, 2)と原点Oの $\triangle OPQ$ は、底辺PQ=11-2=9、高さ4で、面積は $\frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18$ です。

② 点の座標を文字で表して、面積の条件から求める

例 放物線 $y=x^2$ 上に点A(-2, 4)と、x座標がt(t>2)の点Pがある。Pを通り、傾き2の直線とy軸の交点をRとする。 $\triangle AOR$ の面積が8のとき、tの値とPの座標を求めなさい(Oは原点)。

Pの座標はP(t, t^2)。直線を $y=2x+b$ とおくと、Pを通るので $t^2=2t+b$ 、 $b=t^2-2t$ よりR(0, t^2-2t)です。 $\triangle AOR$ の底辺はOR= t^2-2t 、高さはAからy軸までの2です。

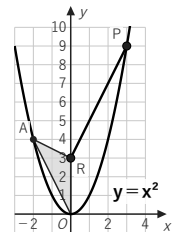
$$\frac{1}{2} \times (t^2 - 2t) \times 2 = t^2 - 2t \quad \leftarrow \triangle AOR \text{の面積}$$

$$t^2 - 2t = 8 \quad \leftarrow \text{面積が} 8$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0 \quad \leftarrow \text{移項する}$$

$$(t-4)(t+2) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$$t = 4, -2$$



t>2なのでt=4です。Pの座標は(4, $4^2=16$)より**P(4, 16)**。確かめ：R(0, $4^2-2 \times 4=8$)で、 $\triangle AOR = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8$ (図はt=3のときの一例で、tが変わるとPとRが動きます)

×高さに負のx座標 -2 をそのまま使う ○高さは長さなので2

×2次方程式の解 t=4、-2 を両方答える ○t>2 の条件で、t=4 の1つにしぼる

合言葉 「三角形は、y軸で2つに分ける」

15 ほかにどんな関数があるの？ ― 倍々に増える・階段の形

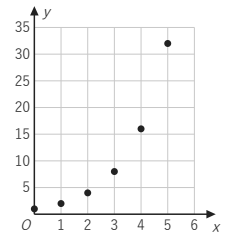
このページのゴール いろいろな事象から関数を見つけ、表やグラフから値の変化を読みとれる

① 倍々に増える関数

1枚の紙を半分に折ることをくり返します。折った回数を x 回、重なった紙の枚数を y 枚とします。

折った回数 x (回)	0	1	2	3	4	5
枚数 y (枚)	1	2	4	8	16	32
(くらべる) x^2	0	1	4	9	16	25

x を決めると y がただ1つに決まるので、 y は x の関数です。 x が1増えるごとに、 y は2倍になります(倍々に増える関数)。 $y=x^2$ とはちがひ、 $x=5$ では x^2 が 25 なのに、 y は 32 です。グラフは、 x が整数なので点だけです(点を線で結びません)。

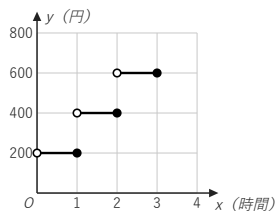


例 紙の枚数がはじめて 100 枚をこえるのは、何回折ったときですか。

表を続けます。6回折ると $32 \times 2 = 64$ (枚)、7回折ると $64 \times 2 = 128$ (枚) です。64 は 100 より小さく、128 は 100 をこえるので、**7回折ったとき**です。

② グラフが階段の形になる関数

ある駐車場の料金 y 円は、駐車時間 x 時間によって、 $0 < x \leq 1$ なら 200 円、 $1 < x \leq 2$ なら 400 円、 $2 < x \leq 3$ なら 600 円です。



各段の右はしの●は、その点をふくみ、左はしの○は、ふくみません。 $x=2$ の所では、400円の段の右はしが●、600円の段の左はしが○なので、ちょうど2時間なら**400円**、2時間10分なら**600円**です。1時間30分($x=1.5$)なら 400円、ちょうど1時間($x=1$)なら 200円です。

x を決めると y がただ1つに決まるので、これも関数です。反対に、 $y=400$ になる x は $1 < x \leq 2$ のどれでもよく、1つに決まりません。

× 階段のグラフで、ちょうど2時間のときに上の段(600円)を読む ○●(ふくむ)の段の400円

× 段と段を縦の線でつなぐ ○段はとびとびで、つながない

合言葉 「●はふくむ、○はふくまない」

確認問題① $y=ax^2$ ・式をつくる・グラフの形

答えと解き方は20～22ページ（10・11枚目の紙）にあります。途中式は、問題のわくの中に書きましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 関数 $y=ax^2$ 【2ページ】

(1) 次のア～オのうち、 y が x の2乗に比例するものをすべて選びなさい。
ア $y=\frac{x^2}{4}$ イ $y=\frac{4}{x^2}$ ウ $y=4x+2$ エ $y=x^2+1$ オ $y=-5x^2$

(2) y は x の2乗に比例し、比例定数は -7 である。 x の値が3倍になると、 y の値は何倍になりますか。

(3) y は x の2乗に比例し、 $y=-4x^2$ である。表の空らんア、イをうめなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	ア	-16	-4	0	-4	イ

2 式をつくる・式を求める 【3ページ】

(1) 底面の円の半径が x cm、高さが5cm の円柱の体積を y cm³ とします。 y を x の式で表しなさい。また、 y は x の2乗に比例するか答え、比例するなら比例定数も答えなさい。

(2) y は x の2乗に比例し、 $x=-5$ のとき $y=50$ である。 y を x の式で表しなさい。

(3) (2)の式を使って、 $x=-6$ のときの y の値を求めなさい。

(4) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=-6$ である。 y を x の式で表しなさい。

(5) (4)の式を使って、 $y=-24$ のときの x の値をすべて求めなさい。

3 グラフの形 【4・5ページ】

(1) 関数 $y=ax^2$ のグラフについて、正しいものを、次のア～オからすべて選びなさい。
ア 原点を通る イ y 軸について対称である
ウ $a<0$ のとき、上に開く エ a の絶対値が大きいほど、開き方は小さい
オ a が小さいほど、開き方は大きい

(2) 次のア～エの式のグラフのうち、開き方がいちばん小さいものを選びなさい。
ア $y=\frac{1}{3}x^2$ イ $y=-3x^2$
ウ $y=2x^2$ エ $y=-x^2$

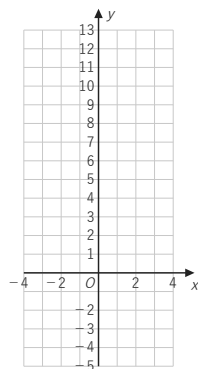
(3) 関数 $y=\frac{2}{5}x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフの式を求めなさい。

確認問題 ② グラフ・変化の割合・平均の速さ

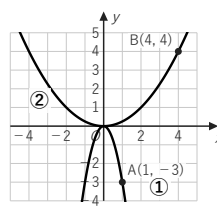
4 放物線のかき方・グラフから式 【6ページ】

(1) 次の①、②の放物線を、下の図にかき入れなさい。

① $y = 3x^2$ ② $y = -\frac{1}{4}x^2$



下の図の放物線①、②は、それぞれ点 A、B を通ります。①、②の式を求めなさい。



(2) ①の式

(3) ②の式

(4) 放物線 $y = \frac{1}{5}x^2$ 上の点で、y座標が5である点の座標をすべて求めなさい。

5 変化の割合 【7ページ】

(1) $y = 6x^2$ について、 x が2から5まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) $y = -4x^2$ について、 x が -5 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) $y = \frac{2}{3}x^2$ について、 x が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

6 変化の割合とグラフ・平均の速さ 【8ページ】

(1) 放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上に、x座標が -2 と 6 の2点 A、B があります。直線 AB の傾きを求めなさい。

(2) (1)の直線 AB の式を求めなさい。

(3) 高い所から物を落とすと、落とし始めてから x 秒間に落ちる距離 y m は、 $y = 5x^2$ とみなせます。落とし始めて2秒後から4秒後までの平均の速さを求めなさい。

確認問題 ③ y の変域・ a を求める・ $y=ax^2$ とみなす

7 y の変域 【9ページ】

(1) $y = \frac{1}{3}x^2$ について、 x の変域が $3 \leq x \leq 6$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) $y = 3x^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(3) $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 6$ のときの y の変域を求めなさい。

(4) $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x < 6$ のときの y の変域を求めなさい。

8 比例定数 a を求める 【10ページ】

(1) $y = ax^2$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 18$ である。 a の値を求めなさい。

(2) $y = ax^2$ で、 x の変域が $-5 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が $-75 \leq y \leq 0$ である。 a の値を求めなさい。

(3) $y = ax^2$ について、 x が1から5まで増加するときの変化の割合が -3 であった。 a の値を求めなさい。

9 $y=ax^2$ とみなして求める 【11ページ】

(1) ある雨でぬれた道で、速さが 60km/h のとき、ブレーキをかけてから止まるまでに進む距離は 36m でした。速さを $x\text{ km/h}$ 、止まるまでの距離を $y\text{ m}$ とし、 y は x の2乗に比例するとみなします。距離が 49m のときの速さを求めなさい。また、速さが2倍になると、止まるまでの距離は何倍になりますか。

(2) ふりこが1往復する時間を x 秒、ふりこの長さを $y\text{ m}$ とすると、 y は x の2乗に比例します。1往復に5秒かかるふりこの長さは 6.25m でした。長さが 16m のふりこは、1往復に何秒かかりますか。

確認問題④ グラフを使って解く・放物線と直線・いろいろな関数

10 グラフを使って解く 【12ページ】

(1) バスが停留所を出発してから x 秒間に y m 進み、 $y = \frac{1}{3}x^2$ ($0 \leq x \leq 30$) の関係があります。バスが出発すると同時に、毎秒6mの自転車が、バスの横を同じ向きに停留所の前を通過しました。自転車の進む距離は $y = 6x$ と表せます。バスが自転車に追いつくのは、バスが出発して何秒後ですか。また、そのときバスは、停留所から何m進んだ所にいますか。

(2) (1)で、バスが出発して12秒後のバスと自転車は、何m はなれていますか。

11 放物線と直線 【13ページ】

(1) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x + 12$ の交点の座標をすべて求めなさい。

(2) 放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上に、 x 座標が -2 と 6 の2点 P 、 Q があります。直線 PQ の式を求めなさい。

(3) 放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = -x + 10$ が、 x 座標が -2 の点で交わっています。 a の値を求めなさい。

12 三角形の面積と文字 【14ページ】

(1) 大問11の(1)の2つの交点を A 、 B とします。原点を O として、 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

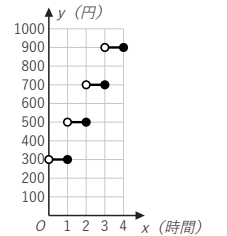
(2) 放物線 $y = x^2$ 上に点 $A(-4, 16)$ と、 x 座標が t ($t > 1$) の点 P があります。 P を通り傾き1の直線と y 軸の交点を R とします。 $\triangle AOR$ の面積が60のとき、 t の値を求めなさい (O は原点)。

13 いろいろな関数 【15ページ】

(1) ある池の水草がおおう面積は、1日ごとに2倍になります。はじめの面積は 3m^2 でした。 x 日後の面積を $y \text{ m}^2$ として、表の空らんア、イをうめなさい。また、面積がはじめて 500m^2 をこえるのは、何日後ですか。

x	0	1	2	3	4	5
y	3	6	12	ア	48	イ

(2) 下の図は、ある駐車場の、駐車時間 x 時間と料金 y 円の関係を表したグラフです。ちょうど3時間とめたときの料金を求めなさい。また、料金が500円になるのは、 x がどんな範囲のときですか。不等号を使って表しなさい。



確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字で網かけの行が答え、【】は読み直すページです。途中式は一例です。

1 関数 $y=ax^2$ 【2ページ】

- (1) **ア、オ** $y=ax^2$ の形になるのは、ア ($y=\frac{1}{4}x^2$) とオ ($y=-5x^2$) です。イは x^2 が分母にあり、ウは $y=4x+2$ (1次関数)、エは x^2 のほかに $+1$ があるので、 $y=ax^2$ の形ではありません。
- (2) $3^2=9$ x の値が3倍になると、 y の値は 3^2 倍になります。比例定数が負の数でも同じです。 **答え 9倍**
- (3) $y=-4x^2$ に代入します。
ア $-4 \times (-3)^2 = -36$ $x=-3$ のとき
イ $-4 \times 2^2 = -16$ $x=2$ のとき
ア -36、イ -16

2 式をつくる・式を求める 【3ページ】

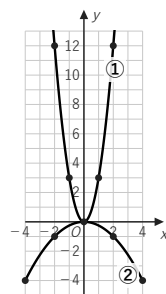
- (1) 底面積は $\pi \times x^2 = \pi x^2$ (cm²)、高さは5cm なので、体積は $\pi x^2 \times 5 = 5\pi x^2$ (cm³) です。 $y=5\pi x^2$ は $y=ax^2$ の形なので、2乗に比例します。
 $y=5\pi x^2$ 、2乗に比例する、比例定数 5π
- (2) $y=ax^2$ ←2乗に比例する式
 $50=a \times (-5)^2$ ← $x=-5$ 、 $y=50$ を代入
 $50=25a$ ← $(-5)^2=25$
 $a=2$ ←両辺を25でわる
 $y=2x^2$ ← $a=2$ を式に入れる
- (3) $2 \times (-6)^2$ ← $y=2x^2$ に $x=-6$ を代入
 $=72$ ← $(-6)^2=36$ だから 2×36
- (4) $y=ax^2$ ←2乗に比例する式
 $-6=a \times 3^2$ ← $x=3$ 、 $y=-6$ を代入
 $-6=9a$ ← $3^2=9$
 $a=-\frac{2}{3}$ ←両辺を9でわる
 $y=-\frac{2}{3}x^2$ ← $a=-\frac{2}{3}$ を式に入れる
- (5) $-24=-\frac{2}{3}x^2$ ← $y=-24$ を代入
 $x^2=36$ ←両辺に $-\frac{3}{2}$ をかける
 $x=\pm 6$ ←2乗して36になる数は6と-6

3 グラフの形 【4・5ページ】

- (1) **ア、イ、エ** ウは、 $a<0$ のとき下に開くので正しくありません。オは、 a が負の数のとき開き方は逆になります ($y=-3x^2$ は $y=-x^2$ より開き方が小さい)。開き方は a の絶対値でくらべます。
- (2) **イ** a の絶対値は、ア $\frac{1}{3}$ 、イ 3、ウ 2、エ 1 です。絶対値がいちばん大きいイ ($a=-3$) が、開き方がいちばん小さくなります。
- (3) x 軸について対称なグラフは、 a の符号だけが反対になります。
 $y=-\frac{2}{5}x^2$

4 放物線のかき方・グラフから式 【6ページ】

- (1) ① $(-2, 12)$ 、 $(-1, 3)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(2, 12)$ を通る放物線。上に開き、はしは図のはしまで。
② $(-4, -4)$ 、 $(-2, -1)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(2, -1)$ 、 $(4, -4)$ を通る放物線。下に開き、はしは図のはしまで。



- (2) $y=ax^2$ ←放物線の式
 $-3=a \times 1^2$ ←点A(1, -3) を代入
 $-3=a$ ← $1^2=1$
 $y=-3x^2$ ← $a=-3$ を式に入れる
- (3) $y=ax^2$ ←放物線の式
 $4=a \times 4^2$ ←点B(4, 4) を代入
 $4=16a$ ← $4^2=16$
 $a=\frac{1}{4}$ ←両辺を16でわる
 $y=\frac{1}{4}x^2$ ← $a=\frac{1}{4}$ を式に入れる
- (4) $5=\frac{1}{5}x^2$ ← $y=5$ を代入
 $25=x^2$ ←両辺に5をかける
 $x=\pm 5$ ←2乗して25になる数は5と-5
(5, 5) と (-5, 5)

5 変化の割合 【7ページ】

- (1) $6 \times 2^2 = 24$ ← $x=2$ のときの y
 $6 \times 5^2 = 150$ ← $x=5$ のときの y
 $\frac{150-24}{5-2} = \frac{126}{3} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$
 $=42$
- (2) $-4 \times (-5)^2 = -100$ ← $x=-5$ のときの y
 $-4 \times (-2)^2 = -16$ ← $x=-2$ のときの y
 $\frac{-16-(-100)}{-2-(-5)} = \frac{84}{3}$ ←負の数をひくのでかっこをつける
 $=28$
- (3) $\frac{2}{3} \times (-3)^2 = 6$ ← $x=-3$ のときの y
 $\frac{2}{3} \times 6^2 = 24$ ← $x=6$ のときの y
 $\frac{24-6}{6-(-3)} = \frac{18}{9}$ ←区間は-3から6まで (0をまたぐ)
 $=2$

6 変化の割合とグラフ・平均の速さ 【8ページ】

(1) $\frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$ ← A の y 座標 (A(-2, 1))

$\frac{1}{4} \times 6^2 = 9$ ← B の y 座標 (B(6, 9))

$\frac{9-1}{6-(-2)} = \frac{8}{8}$ ← 傾き = 変化の割合
= 1

(2) $y = x + b$ ← 傾きが 1

1 = -2 + b ← 点 A(-2, 1) を代入

b = 3 ← 両辺に 2 をたす

確かめ: B(6, 9) で $6 + 3 = 9$ ○ **$y = x + 3$**

(3) $5 \times 2^2 = 20$ ← 2秒後に落ちた距離 (m)

$5 \times 4^2 = 80$ ← 4秒後に落ちた距離 (m)

$\frac{80-20}{4-2} = \frac{60}{2}$ ← $\frac{\text{進んだ距離}}{\text{かかった時間}}$
= 30

答え 毎秒 30m

7 y の変域 【9ページ】

(1) $\frac{1}{3} \times 3^2 = 3$ ← $x = 3$ のとき

$\frac{1}{3} \times 6^2 = 12$ ← $x = 6$ のとき

$3 \leq y \leq 12$ ← 0 は入らないので、はしの値で決まる

(2) $3 \times (-4)^2 = 48$ ← $x = -4$ のとき

$3 \times 2^2 = 12$ ← $x = 2$ のとき

$3 \times 0^2 = 0$ ← $x = 0$ のとき (頂点)

$0 \leq y \leq 48$ ← いちばん下は頂点の 0

(3) $-\frac{1}{2} \times (-2)^2 = -2$ ← $x = -2$ のとき

$-\frac{1}{2} \times 6^2 = -18$ ← $x = 6$ のとき

$-\frac{1}{2} \times 0^2 = 0$ ← $x = 0$ のとき (頂点)

$-18 \leq y \leq 0$ ← 下に開くので、いちばん上は頂点の 0

(4) $\frac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$ ← $x = -4$ のとき

$\frac{1}{2} \times 6^2 = 18$ ← $x = 6$ のとき (ふくまない)

$\frac{1}{2} \times 0^2 = 0$ ← $x = 0$ のとき (頂点)

$0 \leq y < 18$ ← 18 は入らない

8 比例定数 a を求める 【10ページ】

(1) y が 0 以上なので、上に開く ($a > 0$)。-3 と 2 では -3 のほうが原点から遠いので、 $x = -3$ のとき $y = 18$ です。

$18 = a \times (-3)^2$ ← $x = -3$ 、 $y = 18$ を代入

$18 = 9a$ ← $(-3)^2 = 9$

a = 2 ← 両辺を 9 でわる

(2) y のいちばん大きい値が 0 なので、下に開く ($a < 0$)。-5 と 2 では -5 のほうが原点から遠いので、 $x = -5$ のとき $y = -75$ です。

$-75 = a \times (-5)^2$ ← $x = -5$ 、 $y = -75$ を代入

$-75 = 25a$ ← $(-5)^2 = 25$

a = -3 ← 両辺を 25 でわる

(3) $a \times 1^2 = a$ ← $x = 1$ のときの y

$a \times 5^2 = 25a$ ← $x = 5$ のときの y

$\frac{25a - a}{5 - 1} = 6a$ ← 変化の割合を a で表す

$6a = -3$ ← 変化の割合が -3

a = - $\frac{1}{2}$ ← 両辺を 6 でわる

9 $y = ax^2$ とみなして求める 【11ページ】

(1) ① $x =$ 速さ (km/h)、 $y =$ 止まるまでの距離 (m)。② y は x の 2 乗に比例するとみなす。

$y = ax^2$ ← 2 乗に比例する式

$36 = a \times 60^2$ ← $x = 60$ 、 $y = 36$ を代入

$36 = 3600a$ ← $60^2 = 3600$

$a = \frac{1}{100}$ ← 両辺を 3600 でわる

$y = \frac{1}{100}x^2$ ← 式

$49 = \frac{1}{100}x^2$ ← $y = 49$ を代入

$x^2 = 4900$ ← 両辺に 100 をかける

x = 70 ← $x > 0$ だから

確かめ: $\frac{1}{100} \times 70^2 = 49$ ○ 速さが 2 倍になると、距離は $2^2 = 4$ 倍。

答え 時速 70km、4 倍

(2) ① $x = 1$ 往復する時間 (秒)、 $y =$ ふりこの長さ (m)。

$y = ax^2$ ← 2 乗に比例する式

$6.25 = a \times 5^2$ ← $x = 5$ 、 $y = 6.25$ を代入

$6.25 = 25a$ ← $5^2 = 25$

$a = \frac{1}{4}$ ← 両辺を 25 でわる

$y = \frac{1}{4}x^2$ ← 式

$16 = \frac{1}{4}x^2$ ← $y = 16$ を代入

$x^2 = 64$ ← 両辺に 4 をかける

x = 8 ← $x > 0$ だから

確かめ: $\frac{1}{4} \times 8^2 = 16$ ○ 答え 8 秒

10 グラフを使って解く 【12ページ】

- (1) 追いつくのは、バスと自転車のグラフが交わるときです。

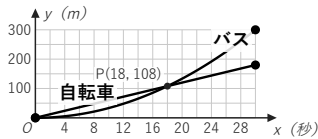
$$\frac{1}{3}x^2 = 6x \quad \leftarrow \text{バスと自転車が同じ位置}$$

$$x^2 = 18x \quad \leftarrow \text{両辺に3をかける}$$

$$x^2 - 18x = 0 \quad \leftarrow \text{移項する}$$

$$x(x-18) = 0 \quad \leftarrow \text{共通因数 } x \text{ でくくる}$$

$$x = 0, 18$$



$x=0$ は出発したときなので、追いつくのは18秒後です。そのとき自転車は $6 \times 18 = 108$ (m) 進んでいます。答え 18秒後、停留所から108mの所

- (2) $\frac{1}{3} \times 12^2 = 48$ ←バスの距離 (m)

$$6 \times 12 = 72 \quad \leftarrow \text{自転車の距離 (m)}$$

$$72 - 48 = 24 \quad \leftarrow \text{縦 (y座標) の差}$$

答え 24m

11 放物線と直線 【13ページ】

- (1) $x^2 = x + 12$ ←2つの式の y を = で結ぶ

$$x^2 - x - 12 = 0 \quad \leftarrow \text{移項して整理する}$$

$$(x-4)(x+3) = 0 \quad \leftarrow \text{左辺を因数分解する}$$

$$x = 4, -3 \quad \leftarrow \text{交点の } x \text{ 座標}$$

y 座標は $4^2 = 16$ 、 $(-3)^2 = 9$ 。答え (4, 16) と (-3, 9)

- (2) y 座標は $-\frac{1}{2} \times (-2)^2 = -2$ 、 $-\frac{1}{2} \times 6^2 = -18$ なので、 $P(-2, -2)$ 、 $Q(6, -18)$ 。

$$\frac{-18 - (-2)}{6 - (-2)} = \frac{-16}{8} \quad \leftarrow \text{傾き (変化の割合)}$$

$$= -2$$

$$y = -2x + b \quad \leftarrow \text{傾きが } -2$$

$$-2 = -2 \times (-2) + b \quad \leftarrow \text{点 } P(-2, -2) \text{ を代入}$$

$$-2 = 4 + b \quad \leftarrow -2 \times (-2) = 4$$

$$b = -6 \quad \leftarrow \text{両辺から4をひく}$$

確かめ: Q で $-2 \times 6 - 6 = -18$ ○ $y = -2x - 6$

- (3) 交点の y 座標は、直線 $y = -x + 10$ に $x = -2$ を入れて $-(-2) + 10 = 12$ 。交点は $(-2, 12)$ です。

$$12 = a \times (-2)^2 \quad \leftarrow \text{点 } (-2, 12) \text{ を代入}$$

$$12 = 4a \quad \leftarrow (-2)^2 = 4$$

$$a = 3 \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

12 三角形の面積と文字 【14ページ】

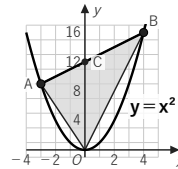
- (1) 11の(1)より、 $A(-3, 9)$ 、 $B(4, 16)$ です。直線 $y = x + 12$ は y 軸と $C(0, 12)$ で交わります。

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18 \quad \leftarrow \triangle OAC : \text{底辺 } OC = 12, \text{ 高さ } 3 \text{ (A から } y \text{ 軸まで)}$$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24 \quad \leftarrow \triangle OBC : \text{底辺 } OC = 12, \text{ 高さ } 4 \text{ (B から } y \text{ 軸まで)}$$

$$18 + 24 = 42 \quad \leftarrow \triangle OAB \text{ の面積}$$

答え 42



- (2) $P(t, t^2)$ とします。直線を $y = x + b$ とおくと、 P を通るので $t^2 = t + b$ 、 $b = t^2 - t$ 。 $R(0, t^2 - t)$ です。 $\triangle AOR$ の底辺は $OR = t^2 - t$ 、高さは A から y 軸までの 4 です。

$$\frac{1}{2} \times (t^2 - t) \times 4 = 2t^2 - 2t \quad \leftarrow \triangle AOR \text{ の面積}$$

$$2t^2 - 2t = 60 \quad \leftarrow \text{面積が } 60$$

$$t^2 - t = 30 \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

$$t^2 - t - 30 = 0 \quad \leftarrow \text{移項する}$$

$$(t-6)(t+5) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$$t = 6, -5$$

$t > 1$ なので $t = 6$ です。確かめ: $P(6, 36)$ 、 $R(0, 30)$ で、 $\triangle AOR = \frac{1}{2} \times 30 \times 4 = 60$

○ 答え $t = 6$

13 いろいろな関数 【15ページ】

- (1) 1日ごとに2倍なので、前の値を2倍します。ア $12 \times 2 = 24$ 、イ $48 \times 2 = 96$ 。つづけると、6日後 192、7日後 384、8日後 768 で、はじめて500をこえるのは8日後です。

x	5	6	7	8
y	96	192	384	768

ア 24、イ 96、8日後

- (2) ちょうど3時間のとき、700円の段の右はしが●(ふくむ)なので700円。500円の段は、左はしが○、右はしが●なので、 $1 < x \leq 2$ です。