

2 相似とは？ — 形が同じで大きさがちがう図形

このページのゴール 相似の意味と表し方、相似な図形の性質を言い、相似比を求められる

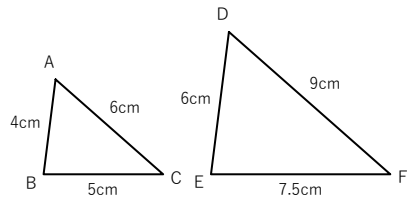
① 相似とは

1つの図形を、形を変えずに拡大または縮小した図形と合同な図形は、もとの図形と相似であるという。記号 $\sim$ を使い、対応する頂点を同じ順に書く ($\triangle ABC \sim \triangle DEF$)。

中2で学んだ合同な図形は、相似比が $1:1$ の相似な図形です。

② 相似な図形の性質と相似比

相似な図形では、対応する線分の長さの比はすべて等しい（この比を相似比という）。対応する角の大きさは、それぞれ等しい。



$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、 $A \leftrightarrow D$ 、 $B \leftrightarrow E$ 、 $C \leftrightarrow F$ が対応します。 $AB : DE = BC : EF = CA : FD$ の値は $4 : 6 = 5 : 7.5 = 6 : 9 = 2 : 3$ で、相似比は $2 : 3$ です。また $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $\angle C = \angle F$ です。

③ いつも相似になる図形・ならない図形

図形	相似になるか	理由
正方形・正三角形・円どうし	いつも相似	角がすべて同じで辺の比も等しい（円は半径の比が相似比）
長方形どうし	辺の比が等しいときだけ	$2\text{cm} \times 3\text{cm}$ と $4\text{cm} \times 6\text{cm}$ は相似（ $2 : 4 = 3 : 6$ ）。 $4\text{cm} \times 5\text{cm}$ とは相似でない（ $2 : 4 = 1 : 2$ だが $3 : 5$ は $1 : 2$ でない）
ひし形どうし	角が等しいときだけ	4辺の比は等しいが、 60° と 90° のひし形は形がちがう

- × $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ のように、対応する頂点の順をそろえずに書く ○ 対応する頂点を同じ順に書く
- × $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を $DE : AB$ と書く ○ 聞かれた順に $AB : DE$

合言葉 「相似は、形が同じで大きさがちがう」

3 相似の位置とは？ — 1つの点から同じ倍率でのばす

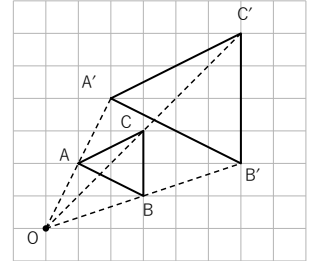
このページのゴール 相似の中心・相似の位置の意味を言い、相似の位置にある図形をかける

① 相似の位置・相似の中心

2つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点 O に集まり、 O から対応する点までの距離の比がすべて等しいとき、2つの図形は相似の位置にあるといい、点 O を相似の中心という。

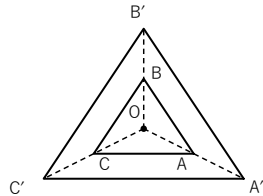
② 方眼でかく（ O を中心に2倍に拡大）

- ① O から各頂点 A 、 B 、 C を通る直線（半直線）をひく
- ② OA' が OA の2倍になる点 A' をとる。方眼では、 O から A まで右に○マス・上に○マスを、2倍にして数える
- ③ B' 、 C' も同じようにとり、 A' 、 B' 、 C' を結ぶ

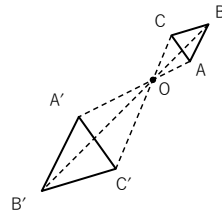


図では、 O から A までは右に1・上に2なので、 A' は O から右に $1 \times 2 = 2$ ・上に $2 \times 2 = 4$ の点です。 B は右に3・上に1なので、 B' は右に $3 \times 2 = 6$ ・上に $1 \times 2 = 2$ の点になります。

③ O の位置がちがう場合



O が図形の中にあっても、 $OA' = 2OA$ です。



O をはさんで反対側にもかけます（ $OA' = 2OA$ ）。 O からの距離の比 $OA' : OA$ が相似比で、辺の比 $A'B' : AB$ もこの比になります（ $\frac{1}{2}$ に縮小なら $OA' = \frac{1}{2}OA$ ）。

- × A から OA の2倍の長さだけのばして A' をとる（ $OA' = 3OA$ になる） ○ O から測って $OA' = 2OA$ （ A からは OA の長さだけのばす）
- × 反対側にかくとき、 O をはさまずに同じ側にかく ○ O をはさんで反対側にとる

合言葉 「相似の中心から、どの点も同じ倍率」

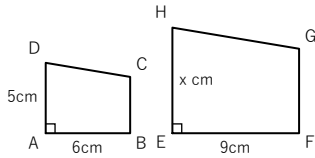
4 相似な図形の辺の長さは？ — 対応する辺の比・となり合う辺の比

このページのゴール 相似な図形の辺の長さを、比例式を使って求められる

① 求め方の手順

- ① 対応する頂点を、同じ順にそろえる
- ② 対応する1組の辺から、相似比を求める
- ③ 比例式をつくる
- ④ 外側の積＝内側の積で解く

② 例1 対応する辺の比



四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$ ($A \leftrightarrow E$ 、 $B \leftrightarrow F$ 、 $C \leftrightarrow G$ 、 $D \leftrightarrow H$) で、 EH の長さ x を求めます。 AB と EF が対応するので、相似比は $6:9=2:3$ です。

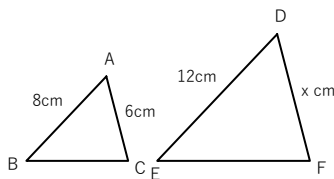
$$5:x=2:3 \quad \leftarrow AD:EH=\text{相似比}$$

$$2x=15 \quad \leftarrow \text{外側の積}=\text{内側の積}$$

$$x=\frac{15}{2} \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

③ 例2 となり合う辺の比

相似な図形では、**1つの図形の中の2辺の比**も、もう1つの図形の対応する2辺の比と等しくなります ($\triangle ABC \sim \triangle DEF$ なら $AB:AC=DE:DF$)。



$AB=8\text{cm}$ 、 $AC=6\text{cm}$ 、 $DE=12\text{cm}$ のとき DF を、2通りで求めます。どちらも同じ x になります。

$$8:12=6:x \quad \leftarrow \text{対応する辺の比 } AB:DE=AC:DF$$

$$8x=72 \quad \leftarrow \text{外側の積}=\text{内側の積}$$

$$x=9 \quad \leftarrow \text{両辺を8でわる}$$

$$8:6=12:x \quad \leftarrow \text{となり合う辺の比 } AB:AC=DE:DF$$

$$8x=72 \quad \leftarrow \text{外側の積}=\text{内側の積}$$

$$x=9 \quad \leftarrow \text{両辺を8でわる}$$

× $AB:DE=AC:EF$ のように、対応しない辺どうしで比をつくる ○ 対応する頂点の順で $AB:DE=AC:DF$

× となり合う辺の比で、 $AB:AC=DF:DE$ と順をそろえない ○ $AB:AC=DE:DF$ (AB と DE 、 AC と DF が対応)

合言葉 「対応をそろえて、比例式」

5 三角形の相似条件は？ — 3つのどれか1つ

このページのゴール 三角形の相似条件を、合同条件とくらべて言える

① なぜ相似条件があるのか

ある三角形と相似な三角形をかくには、何が分かればよいでしょうか。合同な三角形のかき方（3辺・2辺とその間の角・1辺とその両端の角）の辺の「長さ」を「比」にかえればよいのです（1辺とその両端の角は、辺が要らなくなり「2組の角」になります）。

② 三角形の相似条件

- ① 3組の辺の比がすべて等しい
- ② 2組の辺の比と、その間の角がそれぞれ等しい
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい

③ 合同条件（中2）とくらべる

	合同条件	相似条件
①	3組の辺がそれぞれ等しい	3組の辺の比がすべて等しい
②	2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい	2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
③	1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい	2組の角がそれぞれ等しい

③が「2組の角」だけでよいのは、三角形の内角の和が 180° なので、3つめの角も等しくなるからです。1組の辺の長さは要りません（大きさは決めなくてよい）。

④ どの条件で相似といえるか

	$\triangle ABC$	$\triangle DEF$	結論
組1	AB = 4cm、BC = 6cm、CA = 8cm	DE = 6cm、EF = 9cm、FD = 12cm	$4 : 6 = 6 : 9 = 8 : 12 = 2 : 3$ で、3組の辺の比がすべて等しい（条件①）。相似
組2	AB = 6cm、AC = 9cm、 $\angle A = 50^\circ$	DE = 4cm、DF = 6cm、 $\angle D = 50^\circ$	$6 : 4 = 9 : 6 = 3 : 2$ で、 $\angle A$ 、 $\angle D$ はその2辺の間の角（条件②）。相似
組3	AB = 9cm、BC = 6cm、 $\angle A = 40^\circ$	DE = 6cm、EF = 4cm、 $\angle D = 40^\circ$	$9 : 6 = 6 : 4 = 3 : 2$ だが、 $\angle A$ 、 $\angle D$ は2辺 AB、BC の間の角でない。条件②にあてはまらないので、相似とはいえない

- × 2組の辺の比だけで相似とする ○ 辺の比が等しい2辺の間の角も等しいことを確かめる
- × 1組の角が等しいだけで相似とする ○ 2組の角がそれぞれ等しいことを確かめる

合言葉 「相似条件は、比・比と間の角・2つの角」

6 どの三角形とどの三角形が相似？ — 等しい角を見つける

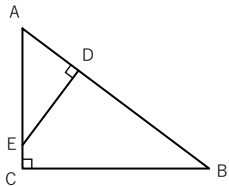
このページのゴール 図の中から相似な三角形の組を見つけ、使った相似条件を言える

① 見つけ方の手順

- ① 等しい角（共通な角・対頂角・平行線の錯角と同位角・直角）に印をつける
- ② 印をつけた角どうしを対応させる
- ③ 頂点の順をそろえて $\triangle \bigcirc \bigcirc \bigcirc \sim \triangle \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ と書き、使った条件を言う

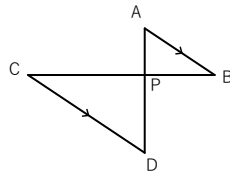
② 見つけやすい3つの型

重なった形（共通な角と直角）



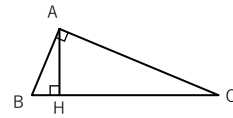
$\angle ACB = \angle ADE = 90^\circ$ 、 $\angle A$ は共通。 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ （2組の角）。

砂時計の形（対頂角と錯角）



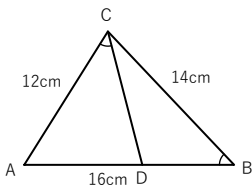
$AB \parallel DC$ なので、対頂角 $\angle APB = \angle DPC$ と錯角 $\angle PAB = \angle PDC$ 。 $\triangle PAB \sim \triangle PDC$ 。

直角三角形の垂線

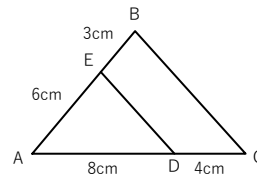


直角の頂点から斜辺に垂線をひくと、 $\triangle ABC \sim \triangle HBA \sim \triangle HAC$ 。

③ 向きが逆に重なった形



$\angle ABC = \angle ACD$ と共通な角 A から、 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ （2組の角。 $A \leftrightarrow A$ 、 $C \leftrightarrow B$ 、 $D \leftrightarrow C$ ）。相似比は $AC : AB = 12 : 16 = 3 : 4$ です。



$AD : AC$ と $AE : AB$ が $8 : 12 = 6 : 9 = 2 : 3$ で、共通な角 A をはさむので、 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ （2組の辺の比とその間の角）。相似比は $2 : 3$ です。

× 見た目の位置で対応させる（ D と同じ辺 AB の上にある B を対応させる） ○ D に対応するのは、等しい角をつくる C

合言葉 「対応は、見た目でなく等しい角で決める」

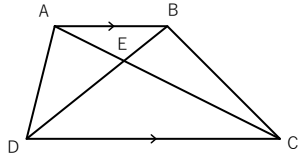
7 相似の証明はどう書くの？ — ひな型にあてはめる

このページのゴール 三角形の相似条件を使って、2つの三角形が相似であることを証明できる

① 証明のひな型

- ① 「△○○○と△○○○において」と書く
- ② 仮定から分かることを書く
- ③ 図から分かることを書く（平行なら錯角・同位角、共通な角、対頂角）
- ④ 「①、②より、～がそれぞれ等しいので」と、相似条件を書く
- ⑤ 「△○○○の△○○○」と結論を、対応する頂点の順で書く

② 例1 平行線を使う証明（2組の角）



対角線AC、BDの交点をEとします。

△ABEと△CDEで

AB∥DCより、平行線の錯角は等しいから

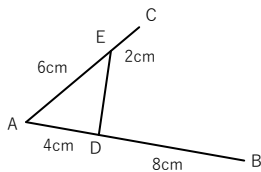
$$\angle ABE = \angle CDE \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAE = \angle DCE \quad \cdots \textcircled{2}$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので

△ABE ∽ △CDE

③ 例2 辺の比と共通な角を使う証明（2組の辺の比とその間の角）



D は辺AB上、E は辺AC上。AC=6+2=8、AB=4+8=12。

△ADEと△ACBで

$$AD : AC = 4 : 8 = 1 : 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$AE : AB = 6 : 12 = 1 : 2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

共通な角だから $\angle DAE = \angle CAB \quad \cdots \textcircled{3}$

①、②、③より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

△ADE ∽ △ACB

④ 相似から長さを求める

例1で AB=4cm、CD=9cm、AE=8cm のとき、相似から CE=x cm を求めます。

$$8 : x = 4 : 9 \quad \leftarrow AE : CE = AB : CD$$

$$4x = 72 \quad \leftarrow \text{外側の積} = \text{内側の積}$$

$$x = 18 \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

× 結論の頂点の順がずれる（例2を △ADE ∽ △ABC と書く） ○ △ADE ∽ △ACB

× 根拠を書かずに「 $\angle B = \angle E$ 」だけ書く ○ 「錯角だから」などの根拠を書く

合言葉 「平行といわれたら、錯角・同位角」

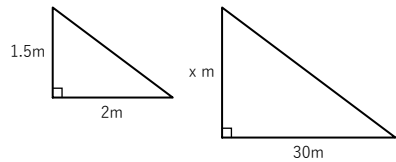
8 はかれない高さや距離はどう求めるの？ — 影と縮図

このページのゴール 相似な三角形や縮図を使って、直接はかれない高さや距離を求められる

① 求め方の手順

- ① 相似な三角形を見つける
- ② $\triangle \bigcirc \bigcirc \bigcirc \sim \triangle \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ と、対応をそろえて書く
- ③ 対応する辺で比例式をつくる
- ④ x が1次になる式を解く

② 例1 影を使って高さを求める



同じ時刻は光の角度が同じなので、2つの直角三角形は相似（2組の角）。

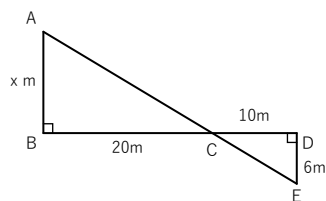
棒の高さ1.5m、棒の影2m、ビルの影30mのとき、ビルの高さ x を求めます。

$$x : 30 = 1.5 : 2 \quad \leftarrow \text{ビルの高さ} : \text{ビルの影} = \text{棒の高さ} : \text{棒の影}$$

$$2x = 45 \quad \leftarrow \text{外側の積} = \text{内側の積}$$

$$x = 22.5 \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

③ 例2 川の幅を求める



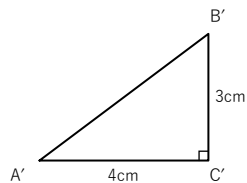
川の幅 AB を求めます。 $AB \perp BD$ 、 $ED \perp BD$ で A 、 C 、 E は一直線上。対頂角 $\angle ACB = \angle ECD$ と直角から $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ です。

$$x : 6 = 20 : 10 \quad \leftarrow AB : ED = BC : DC$$

$$10x = 120 \quad \leftarrow \text{外側の積} = \text{内側の積}$$

$$x = 12 \quad \leftarrow \text{両辺を10でわる}$$

④ 例3 縮図をかいて、校舎の高さを求める



校舎から 20m はなれた地点で、目の高さ 1.5m から校舎の上のはしを見上げた角をはかり、縮尺 $\frac{1}{500}$ の縮図をかきました（ $A'C'$ は $2000\text{cm} \div 500 = 4\text{cm}$ ）。 $B'C'$ は 3cm なので、実際の長さは $3 \times 500 = 1500$ （cm）で 15m。これは目の高さから上の部分なので、校舎の高さは $15 + 1.5 = 16.5$ （m）です。

- × 縮図から求めた長さに、目の高さを足し忘れる ○ 目の高さを足す
- × 縮図の 3cm を 3m とする ○ 縮尺をかけて $3\text{cm} \times 500 = 15\text{m}$

合言葉 「縮図で求めたら、目の高さを足す」

9 測った値はどこまで正しい？ — 誤差と有効数字

このページのゴール 真の値の範囲を不等号で表し、測定値を有効数字がわかる形 ($a \times 10^n$) で表せる

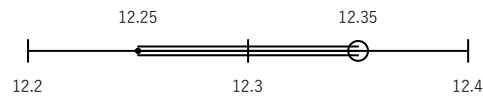
① 測定値と誤差

測って得られた値（測定値）は、真の値に近い値で、近似値という。近似値から真の値をひいた差を誤差という。

真の値が 12.34cm の長さを、0.1cm の位まではかって 12.3cm になったとき、誤差は $12.3 - 12.34 = -0.04$ (cm) です。ふつう真の値は分からないので、真の値の範囲を考えます。

② 真の値の範囲

長さを 0.1cm の位まではかって 12.3cm になったとき、これは小数第2位を四捨五入した値です。真の値を a cm とすると、 $12.25 \leq a < 12.35$ です。



12.25 は真の値にふくまれる (●)、12.35 はふくまれない (○)。

12.3 と真の値の差は、いちばん大きくても $12.3 - 12.25 = 0.05$ なので、誤差の絶対値は 0.05cm 以下です。

③ 有効数字

近似値を表す数のうち、信頼できる数字を有効数字という。有効数字をはっきりさせるために、（整数部分が1けたの数）×（10の累乗）の形で表す。

ある距離の測定値が 2300m で、有効数字が 2、3、0 の3けたのとき、 2.30×10^3 m と表します（0 も有効数字なので消しません）。有効数字が 2、3 の2けたのときは 2.3×10^3 m です。

④ 大きな数の例

川の長さの測定値が 36200m で、有効数字が 3、6、2 の3けたのときは、 3.62×10^4 m です。下の 0、0 は位取りの 0 なので、有効数字ではありません。

- × 12.3cm の真の値の範囲を $12.3 \leq a \leq 12.4$ とする ○ $12.25 \leq a < 12.35$
- × 有効数字3けたの 2300 を 2.3×10^3 と書く（3けためを消す） ○ 2.30×10^3
- × 23×10^2 のように、整数部分を2けた以上にする ○ 整数部分は1けた

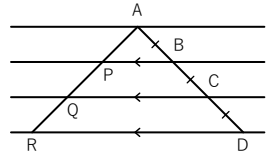
合言葉 「有効数字は、（整数部分が1けたの数）×（10の累乗）」

10 三角形の1辺に平行な直線をひくと？ — 三角形と比の定理

このページのゴール 三角形と比の定理を言い、線分の長さを求められる

① 罫線で紙のはしを3等分できるわけ

等間隔の罫線のノートに紙のはし AD を斜めに置き、A を1本目、D を4本目の罫線に合わせると、間の罫線との交点 B、C で AD が3等分されます。わけ：A を通る別の直線と罫線との交点を P、Q、R とすると、罫線は平行なので $\triangle ABP$ 、 $\triangle ACQ$ 、 $\triangle ADR$ は相似（ $\angle A$ が共通・同位角）で、A から罫線までの高さが1：2：3 なので相似比も1：2：3 で、 $AB : AC : AD = 1 : 2 : 3$ 、つまり $AB = BC = CD$ です。

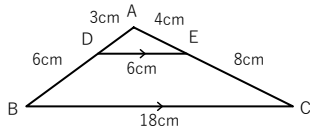


② 三角形と比の定理

$\triangle ABC$ の辺 AB、AC 上の点を D、E とする。DE//BC ならば

$AD : AB = AE : AC = DE : BC$ また $AD : DB = AE : EC$

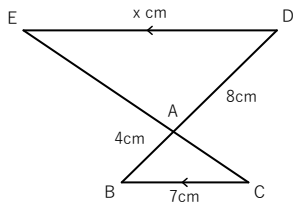
$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ($\angle A$ は共通、同位角 $\angle ADE = \angle ABC$) なので、対応する辺の比が等しくなります。



図で確かめると、 $AD : AB = AE : AC = DE : BC$ は $3 : 9 = 4 : 12 = 6 : 18$ 、 $AD : DB = AE : EC$ は $3 : 6 = 4 : 8$ です。

③ 2つの形（形の呼び名）：ピラミッド型・蝶々型

上の図のように D、E が辺の上にある形が**ピラミッド型**です。D、E が AB、AC を A の先へのばした所にある形が**蝶々型**（砂時計の形）で、DE//BC なら同じように成り立ちます。



蝶々型で DE の長さ x を求めます。

$$4 : 8 = 7 : x \quad \leftarrow AB : AD = BC : DE$$

$$4x = 56 \quad \leftarrow \text{外側の積} = \text{内側の積}$$

$$x = 14 \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

① 平行な辺で、大小2つの三角形を決める

② 対応する辺で比例式をつくる（小：大 = 小：大）

③ 解く

× $DE : BC = AD : DB$ とする ○ $DE : BC = AD : AB$ （辺全体の比）

× 蝶々型で、交差する辺（AB と AE）で比をとる ○ 一直線に並ぶ辺（AB と AD）で比をとる

合言葉 「小さい三角形：大きい三角形」

11 辺の比から、平行といえるの？ — 三角形と比の定理の逆

このページのゴール 三角形と比の定理の逆を使って、2つの線分が平行かどうかを判断できる

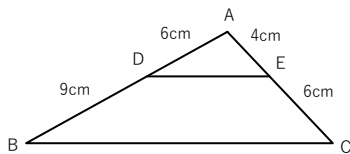
① 定理の逆

△ABC の辺 AB、AC 上の点を D、E とする。

AD : AB = AE : AC または AD : DB = AE : EC ならば、DE // BC である。

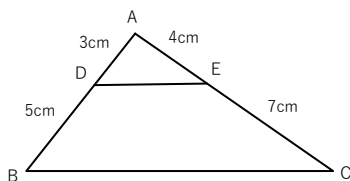
前のページの定理は「平行ならば比が等しい」でした。この逆は「比が等しければ平行」です。辺の長さが分かっているときに、平行かどうかを調べられます。

② 例1 平行といえる場合



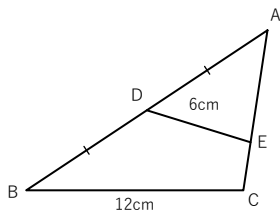
AD = 6cm、DB = 9cm、AE = 4cm、EC = 6cm のとき、AD : DB と AE : EC を最も簡単な比にすると $6 : 9 = 2 : 3$ 、 $4 : 6 = 2 : 3$ で等しくなります。したがって、定理の逆より **DE // BC** といえます。

③ 例2 平行といえない場合



AD = 3cm、DB = 5cm、AE = 4cm、EC = 7cm のとき、AD : DB = 3 : 5、AE : EC = 4 : 7 です。比例式の外側の積 $3 \times 7 = 21$ と内側の積 $5 \times 4 = 20$ がちがうので、2つの比は等しくありません。したがって、**DE // BC とはいえません**。

④ AD : AB = DE : BC だけでは、平行といえない



D は AB の中点で、DE = 6cm、BC = 12cm とします。すると AD : AB = DE : BC = 1 : 2 が成り立ちますが、E は AC の中点ではなく (AE : EC = 7 : 3)、DE は BC に平行ではありません。平行といえるのは、辺の上の2つの比が等しいときだけです。

× AD : AB = DE : BC が成り立つから、DE // BC とする ○ AD : AB = AE : AC か、AD : DB = AE : EC を確かめる

× 比の順をそろえずにくらべる (AD : DB と EC : AE) ○ AD : DB と AE : EC (A に近い方を先に)

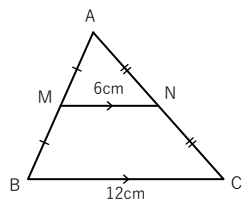
合言葉 「平行かどうかは、辺の上の2つの比で決める」

12 中点を結ぶと、どうなるの？ — 中点連結定理

このページのゴール 中点連結定理を言い、線分の長さを求められる

① 中点連結定理

$\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC の中点を、それぞれ M 、 N とすると、 $MN \parallel BC$ 、 $MN = \frac{1}{2} BC$

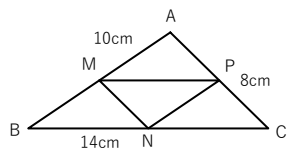


M 、 N は中点なので、 $AM = MB$ 、 $AN = NC$ です。

② 三角形と比の定理とその逆からのわけ

M 、 N は中点なので、 $AM : MB = AN : NC = 1 : 1$ です。三角形と比の定理の逆より、 $MN \parallel BC$ となります。また、三角形と比の定理より $MN : BC = AM : AB = 1 : 2$ なので、 MN は BC の半分になります。

③ 例 三角形の各辺の中点を結んだ三角形の周



$AB = 10\text{cm}$ 、 $BC = 14\text{cm}$ 、 $CA = 8\text{cm}$ のとき、各辺の中点 M 、 N 、 P を結んでできる $\triangle MNP$ の周の長さを求めます。中点連結定理より、 $\triangle MNP$ の各辺は、平行なもとの辺の半分です（ MN は CA の半分）。

$$8 \div 2 = 4 \quad \leftarrow MN \text{ (CAの半分)}$$

$$10 \div 2 = 5 \quad \leftarrow NP \text{ (ABの半分)}$$

$$14 \div 2 = 7 \quad \leftarrow PM \text{ (BCの半分)}$$

$$4 + 5 + 7 = 16 \quad \leftarrow \text{周の長さ (もとの周32cmの半分)}$$

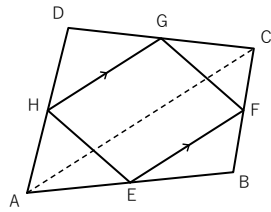
× 片方の辺だけが中点なのに、 $MN = \frac{1}{2} BC$ とする ○ 両方の辺の中点のときだけ、 $MN \parallel BC$ で $MN = \frac{1}{2} BC$

合言葉 「中点を結ぶと、平行で半分」

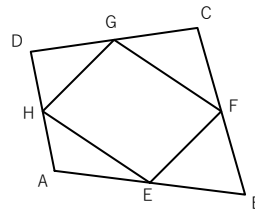
13 四角形の各辺の中点を結ぶと？ — いつも平行四辺形

このページのゴール 中点連結定理を使って、四角形の各辺の中点を結んだ四角形が平行四辺形であることを証明できる

① 形のちがう四角形で調べる



各辺の中点 E、F、G、H を結ぶ。



形がちがっても平行四辺形に見える。

② 左の図で、四角形 EFGH が平行四辺形になる証明

対角線 AC をひく。

△ABC で、E、F はそれぞれ AB、BC の中点だから、中点連結定理より

$$EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2}AC \quad \cdots \textcircled{1}$$

△ADC で、H、G はそれぞれ AD、DC の中点だから、中点連結定理より

$$HG \parallel AC, HG = \frac{1}{2}AC \quad \cdots \textcircled{2}$$

①、②より、 $EF \parallel HG$ 、 $EF = HG$

1組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形EFGHは平行四辺形である。

③ 証明をふり返る — 新しく分かること

EF、HG は AC の半分、FG、EH は BD の半分です。したがって、EFGH の周の長さは対角線の和 $AC + BD$ です ($AC = 12\text{cm}$ 、 $BD = 8\text{cm}$ なら $12 + 8 = 20\text{cm}$)。また、 $AC = BD$ なら $EF = FG$ で EFGH は**ひし形**、 $AC \perp BD$ なら $EF \perp FG$ で EFGH は**長方形**になります (長方形の中点を結ぶとひし形、ひし形の中点を結ぶと長方形)。

× 対角線をひかずに証明を始める ○ 対角線をひいて、2つの三角形で中点連結定理を使う

× 周の長さを $(AC + BD)$ の半分とする ○ 4辺の合計は $AC + BD$

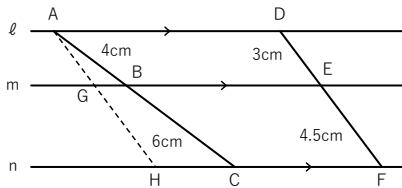
合言葉 「四角形の中点は、対角線をひいて中点連結定理」

14 3本以上の平行線では？ — 平行線と比の定理

このページのゴール 平行線と比の定理を使って、線分の長さを求められる

① 平行線と比の定理

3本以上の平行な直線に、2本の直線が交わるとき、平行な直線にはさまれた線分の比は等しい。(下の図で $AB : BC = DE : EF$)

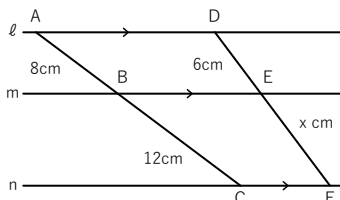


図では $AB : BC = DE : EF$ が、 $4 : 6 = 3 : 4.5$ となっています (どちらも $2 : 3$)。

② なぜ成り立つのか

図の破線のように、A を通って DF に平行な直線をひき、m、n との交点を G、H とします。 $AG = DE$ 、 $GH = EF$ です。 $\triangle ACH$ で $BG \parallel CH$ だから、三角形と比の定理より $AB : BC = AG : GH = DE : EF$ になります。

③ 例 線分の長さを求める



$l \parallel m \parallel n$ のとき、EF の長さ x を求めます。平行な直線にはさまれた線分どうしで比をつくります。

$$8 : 12 = 6 : x \quad \leftarrow AB : BC = DE : EF$$

$$8x = 72 \quad \leftarrow \text{外側の積} = \text{内側の積}$$

$$x = 9 \quad \leftarrow \text{両辺を8でわる}$$

全体どうしで比をつくることもできます。 $AB : AC = DE : DF$ は $8 : 20 = 6 : 15$ で、 $DF = DE + EF = 6 + 9 = 15\text{cm}$ と一致します。

× 平行な直線にはさまれていない線分どうしで比をつくる ○ はさまれた部分どうしで比をつくる

× 対応しない部分を組にする ($AB : BC = EF : DE$) ○ 上から順にそろえる ($AB : BC = DE : EF$)

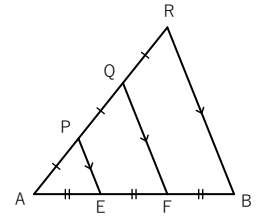
合言葉 「平行線にはさまれた部分どうしで比」

15 線分を等分するには？ 台形の中の線分は？ — 平行線と比の利用

このページのゴール 平行線と比を使って、線分を等分したり、台形の中の線分の長さを求めたりできる

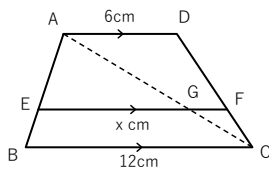
① 線分 AB を3等分する作図

- ① A から半直線をひき、コンパスで等間隔に3つの点 P、Q、R をとる
- ② R と B を結ぶ
- ③ P、Q を通り RB に平行な直線をひく。AB との交点 E、F が3等分の点



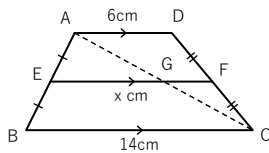
わけ：△ARB で $PE \parallel QF \parallel RB$ なので、三角形と比の定理より $AE : AF : AB = AP : AQ : AR = 1 : 2 : 3$ となり、 $AE = EF = FB$ です。

② 台形の中の平行な線分



AD//BC の台形で、 $AE : EB = 2 : 1$ 、 $EF \parallel BC$ のとき EF を求めます。対角線 AC と EF の交点を G とし、2つの三角形に分けます。△ABC で $EG : BC = AE : AB = 2 : 3$ なので $EG = 12 \times \frac{2}{3} = 8$ 、△CAD で $GF : AD = CG : CA = BE : BA = 1 : 3$ なので $GF = 6 \times \frac{1}{3} = 2$ 。よって $EF = 8 + 2 = 10$ (cm) です。

③ 台形の2辺の中点を結ぶ線分



AB、DC の中点を E、F とします。AC の中点を G とすると、△ABC で $EG \parallel BC$ 、 $EG = \frac{1}{2}BC$ 、△CAD で $GF \parallel AD$ 、 $GF = \frac{1}{2}AD$ です。EG も GF も BC に平行 (AD//BC) で G を通るので、E、G、F は一直線上にあり、 $EF = \frac{1}{2}(AD + BC)$ 。AD = 6cm、BC = 14cm なら $\frac{1}{2} \times (6 + 14) = 10$ (cm) です。

× 中点でないのに、EF を $(AD + BC) \div 2$ とする ○ 中点のときだけ (②は対角線で分ける)

× EG を求めるとき、AE : EB をそのまま使う ○ $EG : BC = AE : AB$

合言葉 「台形は、対角線をひいて2つの三角形に分ける」

16 相似比が分かると、面積の比は？ — 2乗の比

このページのゴール 相似な平面図形の相似比と面積比の関係を言い、面積を求められる

① 数で試す

相似比 1 : 2 の2つの三角形で、小さい方の底辺が 4cm、高さが 3cm のとき、大きい方の底辺は 8cm、高さは 6cm です。面積は、小さい方が $4 \times 3 \div 2 = 6$ (cm²)、大きい方が $8 \times 6 \div 2 = 24$ (cm²) で、面積比は 6 : 24 = 1 : 4 です。底辺も高さも2倍になるので、面積は $2 \times 2 = 4$ 倍になります。

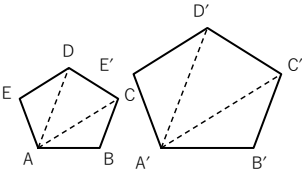
1辺の長さ（もとの何倍か）	1倍	2倍	3倍
正方形の面積（もとの何倍か）	1 ² = 1	2 ² = 4	3 ² = 9

② 相似比と面積比

相似な図形で、相似比が m : n のとき、周の長さの比は m : n、面積比は m² : n² である。

③ 多角形・円の場合

多角形は、いくつかの三角形に分けて考えます。相似な多角形では、対応する三角形の相似比がどれも同じなので、全体の面積比も m² : n² です。円はどれも相似で、半径の比が相似比です。半径 2cm と 3cm の円なら、面積は 4π cm² と 9π cm² で、面積比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ です。



④ 例 面積を求める・相似比を求める

例1 相似比が 4 : 7 の △ABC と △DEF があり、△ABC の面積が 48cm² のとき、△DEF の面積 x を求めます。面積比は $4^2 : 7^2 = 16 : 49$ です。

16 : 49 = 48 : x ← △ABC : △DEF = 面積比

$x = \frac{48 \times 49}{16}$ ← 外側の積 ÷ 16

x = 3 × 49 ← 48と16を16で約分する

x = 147 ← 計算する (147cm²)

例2 面積比が 49 : 64 の相似な2つの図形の相似比は、 $49 = 7^2$ 、 $64 = 8^2$ なので **7 : 8** です。確かめると $7^2 : 8^2 = 49 : 64$ となります。

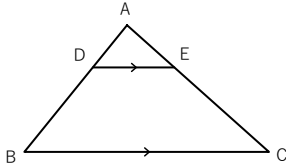
- × 相似比 2 : 3 の面積比を 2 : 3 とする ○ 面積比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$
- × 相似でない図形に m² : n² を使う ○ 相似な図形どうしのときだけ
- × 周の長さの比も2乗する ○ 周の長さの比は相似比 m : n のまま

合言葉 「面積は2乗」

17 図の中の三角形の面積は？ — 相似比の2乗と、高さが同じ三角形

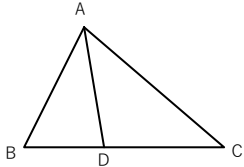
このページのゴール 相似な三角形や高さが等しい三角形を見つけて、図の中の面積を求められる

① 三角形と台形



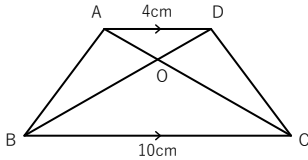
$DE \parallel BC$ 、 $AD : DB = 1 : 2$ のとき、 $AD : AB = 1 : 3$ なので、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ で相似比は $1 : 3$ 、面積比は $1 : 9$ です。台形 $DBCE$ は大きい三角形から小さい三角形をひいた部分なので、 $\triangle ADE : \text{台形} DBCE = 1 : (9 - 1) = 1 : 8$ です。 $\triangle ADE = 7\text{cm}^2$ なら、台形は $7 \times 8 = 56 (\text{cm}^2)$ です。

② 高さが等しい三角形



$\triangle ABD$ と $\triangle BDC$ は、 A から BC までの高さが等しいので、**面積の比は底辺の比 $BD : DC$ と等しい**です（相似ではないので2乗しません）。 $BD : DC = 2 : 3$ で $\triangle ABC = 30\text{cm}^2$ のとき、 $\triangle ABD$ は $30 \times \frac{2}{5} = 12 (\text{cm}^2)$ です。

③ 台形の対角線でできる4つの三角形



$AD \parallel BC$ の台形で、 $AD = 4\text{cm}$ 、 $BC = 10\text{cm}$ 、 $\triangle AOD = 8\text{cm}^2$ のとき、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ で相似比は $4 : 10 = 2 : 5$ 、面積比は $4 : 25$ です。 $\triangle COB$ は $8 \times \frac{25}{4} = 50 (\text{cm}^2)$ です。

$AO : OC = 2 : 5$ なので、高さが等しい $\triangle AOD$ と $\triangle DOC$ の面積の比も $2 : 5$ で、 $\triangle DOC = 8 \times \frac{5}{2} = 20 (\text{cm}^2)$ です。 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ は底辺 AD が共通で高さが等しいので面積が等しく、共通な $\triangle AOD$ をひいて、 $\triangle AOB = \triangle DOC = 20\text{cm}^2$ 。台形 $ABCD$ は $8 + 50 + 20 + 20 = 98 (\text{cm}^2)$ になります。

④ 身のまわりの問題

直径 20cm のピザが 1000 円するとき、値段が面積に比例するとして、直径 30cm の同じ形のピザは何円でしょうか。相似比 $20 : 30 = 2 : 3$ 、面積比 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ なので、 $1000 \times \frac{9}{4} = 2250$ (円) です。

- × $\triangle ADE : \text{台形} DBCE$ を $1 : 9$ とする ○ 大きい三角形から小さい三角形をひいて $1 : 8$
- × 高さが同じ三角形の面積比を2乗する ○ 相似ではないので底辺の比のまま

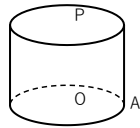
合言葉 「台形の面積は、大きい三角形から小さい三角形をひく」

18 相似な立体では？ — 表面積は2乗、体積は3乗

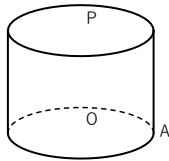
このページのゴール 相似な立体の相似比と表面積の比・体積比の関係を言い、表面積や体積を求められる

① 立体の相似

形を変えずに拡大または縮小した立体は、もとの立体と相似で、対応する線分の長さの比が**相似比**です。球はどれも相似（半径の比が相似比）ですが、円柱や円すいは、底面の半径と高さの比が等しいときだけ相似です。



円柱A 半径2cm、高さ3cm



円柱B 半径4cm、高さ6cm $2:4=3:6$ なので、Aと相似（相似比 $1:2$ ）。半径4cm、高さ5cmの円柱は、半径の比 $2:4=1:2$ に対して高さの比 $3:5$ が $1:2$ でないので、Aと相似でない。

② 数で試す

1辺の長さ（もとの何倍か）	1倍	2倍	3倍
立方体の体積（もとの何倍か）	$1^3=1$	$2^3=8$	$3^3=27$
立方体の表面積（もとの何倍か）	$1^2=1$	$2^2=4$	$3^2=9$

③ 相似比と表面積の比・体積比

相似な立体で、相似比が $m:n$ のとき、表面積の比は $m^2:n^2$ 、体積比は $m^3:n^3$ である。

④ 例 相似な円柱

相似な円柱A、Bの高さが6cm、9cmで、Aの表面積が $32\pi\text{cm}^2$ 、体積が $24\pi\text{cm}^3$ のとき、Bの表面積と体積を求めます。相似比は $6:9=2:3$ 、表面積の比は $2^2:3^2=4:9$ 、体積比は $2^3:3^3=8:27$ です。

$4:9=32\pi:x$ ← 表面積の比

$4x=288\pi$ ← 外側の積=内側の積

$x=72\pi$ ← 両辺を4でわる

$8:27=24\pi:y$ ← 体積比

$8y=648\pi$ ← 外側の積=内側の積

$y=81\pi$ ← 両辺を8でわる

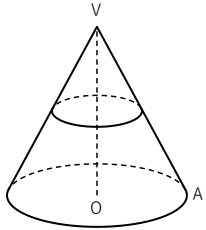
- × 体積比を2乗の比にする ○ 体積比は3乗（表面積の比が2乗）
- × 高さの比だけ同じ円柱を相似とする ○ 半径の比も同じときだけ相似

合言葉 「面積は2乗、体積は3乗」

19 容器の水の量は？ — 円すいの容器と体積比

このページのゴール 相似な立体の体積比を使って、身のまわりの問題を解決できる

① 円すいの容器に入れた水



頂点を下にした円すい形の容器に、深さの半分まで水を入れます（図は上下を逆にして描いています。水は、頂点に近い小さい円すいの部分です）。水の部分と容器は相似で、相似比は $1:2$ 、体積比は $1^3:2^3=1:8$ です。水の体積は、容器の $\frac{1}{8}$ です（ $\frac{1}{2}$ ではありません）。

水が 40cm^3 のとき、容器いっぱいにするには、あと何 cm^3 の水が入るかを考えます。

$$40 \times 8 = 320 \quad \leftarrow \text{容器いっぱいの体積 (cm}^3\text{)}$$

$$320 - 40 = 280 \quad \leftarrow \text{あと入る量 (280cm}^3\text{)}$$

② 円すいを底面に平行な平面で切る

図のように、高さの半分の所で切ると、頂点をふくむ小さい円すいもとの円すいの相似比は $1:2$ 、体積比は $1:8$ です。下の部分（円すい台）は、全体の 8 から小さい円すいの 1 をひいた $8-1=7$ にあたります。したがって、**小さい円すい：円すい台 = $1:7$** です。もとの円すいが 240cm^3 なら、小さい円すいは $240 \times \frac{1}{8} = 30$ (cm^3)、円すい台は $240 - 30 = 210$ (cm^3) です。

③ 同じ材料でできた相似な立体の重さ

同じ材料でできた立体の重さは、体積に比例します。高さ 4cm で 120g の置物と相似な、高さ 6cm の置物の重さ $x\text{g}$ を求めます。相似比は $4:6=2:3$ 、体積比は $2^3:3^3=8:27$ です。

$$8:27=120:x \quad \leftarrow \text{重さの比=体積比}$$

$$8x=3240 \quad \leftarrow \text{外側の積=内側の積}$$

$$x=405 \quad \leftarrow \text{両辺を8でわる (405g)}$$

× 深さが半分なら水も半分とする ○ 深さが半分なら、水は $\frac{1}{8}$

× 円すい台の体積を $1:8$ の 8 とする ○ もとの円すい全体が 8 、円すい台は $8-1=7$

合言葉 「深さが半分なら、水は $\frac{1}{8}$ 」

確認問題① 相似の意味・相似の位置・辺の長さ

答えと解き方は26～29ページ（13・15枚目の紙）にあります。途中式は、問題のわくの中に書きましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

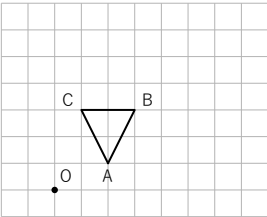
1 相似の意味と相似比 【2ページ】

- (1) $\triangle ABC \sim \triangle QRP$ のとき、辺 AB に対応する辺と、 $\angle C$ に対応する角を答えなさい。
- (2) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、 $AB=8\text{cm}$ 、 $DE=14\text{cm}$ 、 $BC=12\text{cm}$ です。相似比を最も簡単な整数の比で表しなさい。また、 EF の長さを求めなさい。

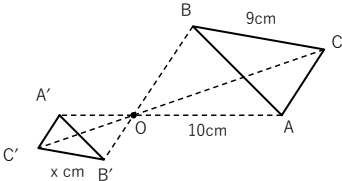
- (3) 次のア～オのうち、いつも相似になる2つの図形の組をすべて選びなさい。
ア 正方形どうし イ 長方形どうし ウ 正三角形どうし エ ひし形どうし オ 合同な図形

2 相似の位置 【3ページ】

- (1) 方眼の上に、点 O を相似の中心として、 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle A'B'C'$ をかきなさい。

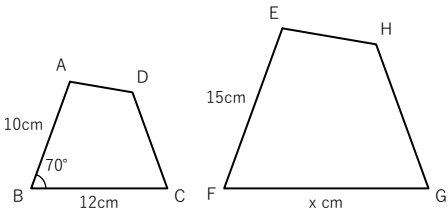


- (2) 点 O を相似の中心として、 $\triangle ABC$ を $\frac{1}{2}$ に縮小した $\triangle A'B'C'$ を、 O をはさんだ反対側にかきました。 $OA=10\text{cm}$ 、 $BC=9\text{cm}$ のとき、 $B'C'$ の長さ x を求めなさい。



3 辺の長さ 【4ページ】

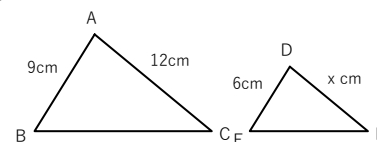
- (1) 四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$ です。 FG の長さ x と、 $\angle F$ の大きさを求めなさい。



確認問題② 辺の長さ・三角形の相似条件・相似な三角形を見つける

3 辺の長さ（つづき）【4ページ】

(2) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、 $AB=9\text{cm}$ 、 $AC=12\text{cm}$ 、 $DE=6\text{cm}$ です。 $AB:AC=DE:DF$ を使って、 DF の長さ x を求めなさい。



4 三角形の相似条件【5ページ】

(1)～(3) の2つの三角形について、相似といえるときは使える相似条件を、相似とはいえないときはエを選びなさい。

ア 3組の辺の比がすべて等しい イ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ウ 2組の角がそれぞれ等しい エ 相似とはいえない

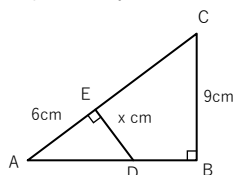
(1) 3辺が 4cm 、 5cm 、 7cm の三角形と、3辺が 12cm 、 15cm 、 21cm の三角形

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $AB=6\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$ 、 $\angle B=65^\circ$ 、 $DE=9\text{cm}$ 、 $EF=15\text{cm}$ 、 $\angle E=65^\circ$

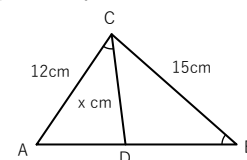
(3) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $AB=8\text{cm}$ 、 $AC=7\text{cm}$ 、 $\angle B=50^\circ$ 、 $DE=12\text{cm}$ 、 $DF=10.5\text{cm}$ 、 $\angle E=50^\circ$

5 相似な三角形を見つける【4・6ページ】

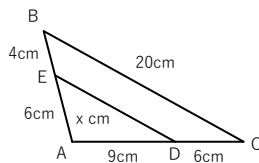
(1) $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$ 、 $AB=12\text{cm}$ のとき、 x の値を求めなさい。



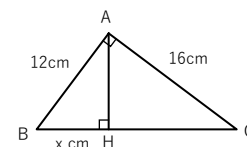
(2) $\angle ABC = \angle ACD$ 、 $AB=18\text{cm}$ のとき、 x の値を求めなさい。



(3) 点Dは辺AC上、点Eは辺AB上にあります。 x の値を求めなさい。



(4) $\angle BAC = 90^\circ$ 、 $AH \perp BC$ 、 $BC=20\text{cm}$ のとき、 x の値を求めなさい。



確認問題 ③ 証明・相似の利用

6 相似の証明 【7ページ】

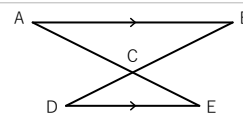
(1) 右の図で、 $AB \parallel DE$ のとき、 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ であることを次のように証明しました。(ア)～(ウ)にあてはまることばを書きなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ で

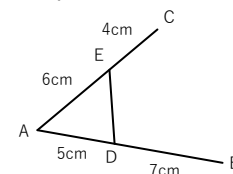
(ア) は等しいから $\angle ACB = \angle ECD$ …①

$AB \parallel DE$ より、平行線の(イ)は等しいから $\angle BAC = \angle DEC$ …②

①、②より、(ウ)がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle EDC$



(2) 右の図で、点Dは辺AB上、点Eは辺AC上にあり、 $AD = 5\text{cm}$ 、 $DB = 7\text{cm}$ 、 $AE = 6\text{cm}$ 、 $EC = 4\text{cm}$ です。 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ であることを証明しなさい。

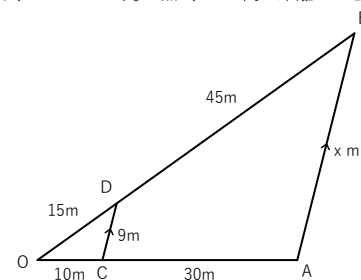


7 相似の利用 【6・8ページ】

(1) 同じ時刻に、高さ 1.8m の棒を地面に垂直に立てると影の長さは 2.4m 、ビルの影の長さは 36m でした。ビルの高さを求めなさい。

(2) 木から 15m はなれた所に立ち、目の高さから木の先を見上げた角度をはかって、 $\frac{1}{300}$ の縮図をかきました。縮図の上で、目の高さから木の先までの高さは 7cm でした。目の高さを 1.4m として、木の高さを求めなさい。

(3) 池をはさんだ2点A、Bの間の距離を求めるため、図のように点O、C、Dをとってはかりました。C、DはOA、OB上にあり、 $CD \parallel AB$ です。2点A、Bの間の距離ABを求めなさい。



確認問題④ 誤差と有効数字・三角形と比・定理の逆・中点連結定理

8 誤差と有効数字 【9ページ】

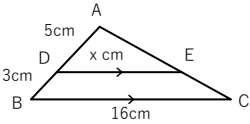
(1) ある液体の量を 0.1L の位まではかって 6.4L になりました (小数第2位を四捨五入した値)。真の値 a の範囲を、不等号を使って表しなさい。

(2) ある道のりを 10m の位まではかって 1360m になりました (一の位を四捨五入した値)。誤差の絶対値は、大きくてもいくつですか。

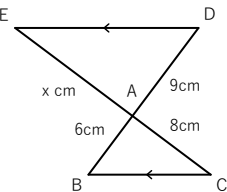
(3) 荷物の重さをはかると 5200g で、有効数字は 5、2、0 の3けたです。この重さを $a \times 10^n$ の形で表しなさい。

9 三角形と比 【10ページ】

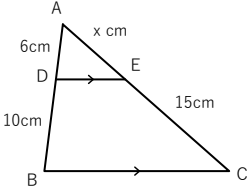
(1) $DE \parallel BC$ のとき、 x の値を求めなさい。



(2) 点D、Eは辺BA、CAをAの先へのばした所にあり、 $DE \parallel BC$ です。 x の値を求めなさい。



(3) $DE \parallel BC$ のとき、 $AD : DB = AE : EC$ を使って、 AE の長さ x を求めなさい。



10 三角形と比の定理の逆 【11ページ】

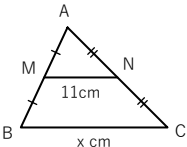
(1) $\triangle ABC$ の辺AB、AC上の点D、Eで、 $AD=8\text{cm}$ 、 $DB=12\text{cm}$ 、 $AE=10\text{cm}$ 、 $EC=15\text{cm}$ のとき、 $DE \parallel BC$ といえますか。理由も答えなさい。

(2) (1) と同じように、 $AD=5\text{cm}$ 、 $DB=7\text{cm}$ 、 $AE=6\text{cm}$ 、 $EC=8\text{cm}$ のとき、 $DE \parallel BC$ といえますか。理由も答えなさい。

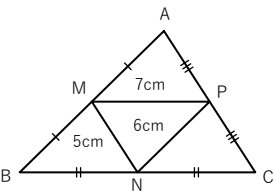
(3) (1) と同じように、 $AD=6\text{cm}$ 、 $AB=15\text{cm}$ 、 $AE=10\text{cm}$ 、 $AC=25\text{cm}$ のとき、 $DE \parallel BC$ といえますか。理由も答えなさい。

11 中点連結定理 【12ページ】

(1) $\triangle ABC$ で、辺AB、ACの中点をそれぞれM、Nとします。 $MN=11\text{cm}$ のとき、 x の値を求めなさい。



(2) $\triangle ABC$ の辺AB、BC、CAの中点をそれぞれM、N、Pとします。 $MN=5\text{cm}$ 、 $NP=6\text{cm}$ 、 $PM=7\text{cm}$ のとき、 $\triangle ABC$ の周の長さを求めなさい。



確認問題 ⑤ 四角形の中点・平行線と比・台形

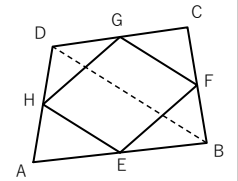
12 四角形の各辺の中点 【13ページ】

(1) 四角形ABCDの辺AB、BC、CD、DAの中点を、それぞれE、F、G、Hとします。四角形EFGHが平行四辺形であることを次のように証明しました。(ア)～(ウ)にあてはまるものを書きなさい。

対角線BDをひく。△ABDで、E、Hはそれぞれ AB、AD の中点だから、中点連結定理より $EH \parallel$ (ア)、 $EH = \frac{1}{2}$ (ア) …①

△CBDで、F、Gはそれぞれ BC、CD の中点だから、中点連結定理より $FG \parallel$ (ア)、 $FG = \frac{1}{2}$ (ア) …②

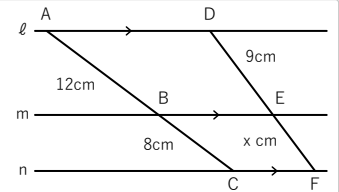
①、②より、 $EH \parallel FG$ 、 $EH =$ (イ)。1組の対辺が (ウ) から、四角形EFGHは平行四辺形である。



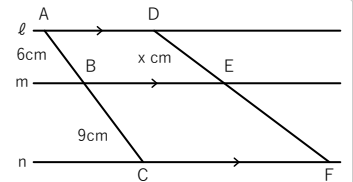
(2) 四角形ABCDの対角線の長さが、 $AC = 14\text{cm}$ 、 $BD = 18\text{cm}$ です。各辺の中点を順に結んでできる四角形の周の長さを求めなさい。

13 平行線と比 【14ページ】

(1) 3本の直線 ℓ 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。

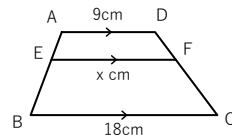


(2) 3本の直線 ℓ 、 m 、 n が平行で、 $DF = 20\text{cm}$ です。 $AB : AC = DE : DF$ を使って、 DE の長さ x を求めなさい。

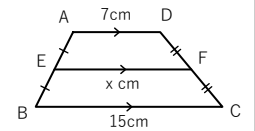


14 平行線と比の利用 【15ページ】

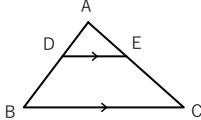
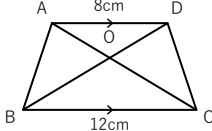
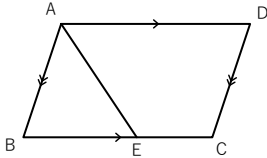
(1) 台形ABCDで、 $AD \parallel EF \parallel BC$ 、 $AE : EB = 1 : 2$ です。 x の値を求めなさい (対角線ACをひいて考えます)。



(2) 台形ABCDで、 $AD \parallel BC$ 、E、F はそれぞれ辺AB、DC の中点です。 x の値を求めなさい。



確認問題 ⑥ 相似な図形の面積比・面積比の利用・表面積の比と体積比

15 相似な図形の面積比 【16ページ】		
(1) 相似比が 5 : 9 の相似な図形の面積比を求めなさい。	(2) 面積比が 36 : 121 の相似な2つの図形の相似比を求めなさい。	(3) 相似な2つの多角形P、Qがあり、対応する辺の比が 3 : 8 です。Pの面積が 45cm ² のとき、Qの面積を求めなさい。
16 面積比の利用 【17ページ】		
(1) DE//BC、AD : DB=2 : 3 です。△ADE の面積が 20cm ² のとき、台形 DBCE の面積を求めなさい。 	(2) 台形ABCD (AD//BC) の対角線の交点をOとします。△AODの面積が 20cm ² のとき、△DOCの面積を求めなさい。 	
(3) 平行四辺形ABCDの辺BC上に点Eがあり、BE : EC=3 : 2 です。△ABEの面積が 18cm ² のとき、△AECの面積と、平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。 		
17 表面積の比・体積比 【18ページ】		
(1) 相似比が 3 : 4 の相似な2つの立体の、表面積の比と体積比を求めなさい。	(2) 相似な円すいA、Bの高さが、それぞれ 4cm、12cm です。Aの表面積が 24π cm ² 、体積が 12π cm ³ のとき、Bの表面積と体積を求めなさい。	
18 体積比の利用 【19ページ】		
(1) 頂点を下にした円すい形の容器に、深さの $\frac{1}{3}$ ま で水を入れたところ、水は 20cm ³ でした。この容器には、あと何 cm ³ の水が入りますか。	(2) 体積が 375cm ³ の円すいを、底面に平行な平面で、頂点から高さの $\frac{2}{5}$ の所で切り、頂点をふくむ小さい円すいと、円すい台に分けました。円すい台の体積を求めなさい。	(3) 半径 2cm の球の形のアイスが 240円です。同じ材料で、半径 3cm の球の形のアイスをつくるとき、値段が体積に比例するとして、その値段を求めなさい。

確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字で網かけの行が答え、【】は読み直すページです。比例式 $a:b=c:d$ は、外側の積=内側の積 ($ad=bc$) を使って解きます。

1 相似の意味と相似比 【2ページ】

- (1) 頂点は同じ順に $A \leftrightarrow Q$ 、 $B \leftrightarrow R$ 、 $C \leftrightarrow P$ が対応します。

辺 $AB \rightarrow$ 辺 QR $\angle C \rightarrow \angle P$

- (2) AB と DE が対応する辺です。

$8:14=4:7$ ←最も簡単な整数の比 (相似比)

BC と EF が対応するので、 EF を x cm とします。

$4:7=12:x$ ← $BC:EF$ =相似比

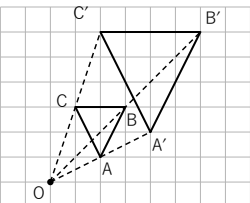
$4x=84$ ←外側の積=内側の積

$x=21$ ←両辺を4でわる

答え 相似比 $4:7$ 、 $EF=21$ cm

- (3) ア、ウ、オ 正方形どうし・正三角形どうしは、角がすべて同じで辺の比も等しいので、いつも相似です。合同な図形は相似比 $1:1$ の相似です。イ (長方形) は辺の比が等しいときだけ、エ (ひし形) は角が等しいときだけ相似なので、「いつも」ではありません。

2 相似の位置 【3ページ】

- (1)  O から A までは右に2・上に1なので、A' は O

から右に4・上に2の点です ($OA'=2OA$)。B'、C' も同じようにとり、A'、B'、C' を結びます。

- (2) $\frac{1}{2}$ に縮小したので、B'C' は BC の半分 (相似比 $1:2$) です。

$x:9=1:2$ ← $B'C':BC$ =相似比

$2x=9$ ←外側の積=内側の積

$x=\frac{9}{2}$ ←両辺を2でわる

答え $\frac{9}{2}$ cm

3 辺の長さ 【4ページ】

- (1) AB と EF が対応するので、相似比は $10:15=2:3$ 。FG は BC に対応します。

$12:x=2:3$ ← $BC:FG$ =相似比

$2x=36$ ←外側の積=内側の積

$x=18$ ←両辺を2でわる

$\angle F$ は $\angle B$ に対応し、対応する角は等しいので $\angle F=\angle B$ です。

答え $FG=18$ cm、 $\angle F=70^\circ$

- (2) 図形の中の2辺の比は、対応する2辺の比と等しくなります。

$9:12=6:x$ ← $AB:AC=DE:DF$

$9x=72$ ←外側の積=内側の積

$x=8$ ←両辺を9でわる

4 三角形の相似条件 【5ページ】

- (1) $4:12=5:15=7:21$ (どれも $1:3$) で、3組の辺の比がすべて等しい ア

- (2) $6:9=10:15$ (どちらも $2:3$) で、その2辺の間の角 $\angle B$ 、 $\angle E$ がどちらも 65° イ

- (3) $8:12=7:10.5$ (どちらも $2:3$) ですが、等しい角 $\angle B$ 、 $\angle E$ は、比が等しい2辺 AB 、 AC の間の角ではありません。条件にあてはまらないので エ

5 相似な三角形を見つける 【4・6ページ】

- (1) $\triangle AED \sim \triangle ABC$ ($\angle A$ が共通、 $\angle AED=\angle ABC=90^\circ$ で2組の角)。A $\leftrightarrow$ A、E $\leftrightarrow$ B、D $\leftrightarrow$ C が対応します。

$6:12=x:9$ ← $AE:AB=ED:BC$

$12x=54$ ←外側の積=内側の積

$x=\frac{9}{2}$ ←両辺を12でわる

- (2) $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ($\angle A$ が共通、 $\angle ACD=\angle ABC$ で2組の角)。A $\leftrightarrow$ A、C $\leftrightarrow$ B、D $\leftrightarrow$ C が対応します。

$12:18=x:15$ ← $AC:AB=CD:BC$

$18x=180$ ←外側の積=内側の積

$x=10$ ←両辺を18でわる

- (3) $AD:AC=9:15=3:5$ 、 $AE:AB=6:10=3:5$ 、 $\angle A$ は共通なので、 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (2組の辺の比とその間の角)。

$x:20=3:5$ ← $DE:CB$ =相似比

$5x=60$ ←外側の積=内側の積

$x=12$ ←両辺を5でわる

- (4) $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ ($\angle BAC=\angle BHA=90^\circ$ 、 $\angle B$ が共通)。

$12:x=20:12$ ← $AB:HB=BC:BA$

$20x=144$ ←外側の積=内側の積

$x=\frac{36}{5}$ ←両辺を20でわる

確認問題の答えと解き方（つづき）

6 相似の証明 【7ページ】

- (1) ア 対頂角 イ 錯角 ウ 2組の角
- (2) $\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ で
 $AD=5$ 、 $AC=6+4=10$ だから $AD:AC=5:10=1:2$ …①
 $AE=6$ 、 $AB=5+7=12$ だから $AE:AB=6:12=1:2$ …②
共通な角だから $\angle DAE=\angle CAB$ …③
①、②、③より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ADE\sim\triangle ACB$

7 相似の利用 【6・8ページ】

- (1) 同じ時刻には光の角度が同じなので、棒と影、ビルと影のできる直角三角形は相似です。ビルの高さを x m とします。
 $x:36=1.8:2.4$ ←ビルの高さ：ビルの影＝棒の高さ：棒の影
 $2.4x=64.8$ ←外側の積＝内側の積
 $x=27$ ←両辺を2.4でわる
答え 27m
- (2) 縮図の 7cm は、実際にはその300倍です。
 $7\times300=2100$ ←2100cm=21m（目の高さから上）
 $21+1.4=22.4$ ←目の高さを足す
答え 22.4m
- (3) $OC:OA=10:40=1:4$ 、 $OD:OB=15:60=1:4$ 、 $\angle O$ は共通なので、
 $\triangle OCD\sim\triangle OAB$ （2組の辺の比とその間の角）。相似比は $1:4$ です。
 $9:x=1:4$ ← $CD:AB$ =相似比
 $x=9\times4$ ←外側の積÷1（36m）
答え 36m

8 誤差と有効数字 【9ページ】

- (1) 小数第2位を四捨五入した値なので、 $6.4-0.05=6.35$ 以上、 $6.4+0.05=6.45$ 未満です。
答え $6.35\leq a<6.45$
- (2) 一の位を四捨五入した値なので、真の値は 1355 以上 1365 未満です。1360 との差は、いちばん大きくて $1360-1355=5$ です。
答え 5m 以下（5m）
- (3) 有効数字は 5、2、0 の3けたなので、0 も消さずに整数部分を1けたにします。
答え 5.20×10^3 g

9 三角形と比 【10ページ】

- (1) $DE\parallel BC$ なので $\triangle ADE\sim\triangle ABC$ 。 $AB=5+3=8$
 $5:8=x:16$ ← $AD:AB=DE:BC$
 $8x=80$ ←外側の積＝内側の積
 $x=10$ ←両辺を8でわる
- (2) $DE\parallel BC$ なので $\triangle ABC\sim\triangle ADE$ （蝶々型）。 AB と AD 、 AC と AE が対応します。
 $6:9=8:x$ ← $AB:AD=AC:AE$
 $6x=72$ ←外側の積＝内側の積
 $x=12$ ←両辺を6でわる
- (3) $DE\parallel BC$ なので、 $AD:DB=AE:EC$ が成り立ちます。
 $6:10=x:15$ ← $AD:DB=AE:EC$
 $10x=90$ ←外側の積＝内側の積
 $x=9$ ←両辺を10でわる

10 三角形と比の定理の逆 【11ページ】

- (1) $AD:DB=8:12=2:3$ 、 $AE:EC=10:15=2:3$ で等しいので、三角形と比の定理の逆より **いえる**
- (2) $AD:DB=5:7$ 、 $AE:EC=6:8=3:4$ 。外側の積 $5\times8=40$ 、内側の積 $7\times6=42$ がちがうので、2つの比は等しくない。したがって **いえない**
- (3) ここでは $AD:AB$ と $AE:AC$ をくらべます。 $AD:AB=6:15=2:5$ 、 $AE:AC=10:25=2:5$ で等しいので、三角形と比の定理の逆より **いえる**

11 中点連結定理 【12ページ】

- (1) 中点連結定理より、 MN は BC の半分なので、 BC は MN の2倍です。
 $x=11\times2$ ← $BC=MN\times2$
 $x=22$ ←計算する
- (2) 中点連結定理より、 $\triangle MNP$ の各辺は、平行なもとの辺の半分です（ MN は AC の半分、 NP は AB の半分、 PM は BC の半分）。
 $5\times2=10$ ← AC
 $6\times2=12$ ← AB
 $7\times2=14$ ← BC
 $10+12+14=36$ ← $\triangle ABC$ の周の長さ
答え 36cm

確認問題の答えと解き方（つづき）

12 四角形の各辺の中点 【13ページ】

- (1) ア **BD** イ **FG** ウ **平行でその長さが等しい**
- (2) 中点連結定理より、EF と HG は AC の半分、FG と EH は BD の半分です。
 $14 \div 2 = 7$ ←EF、HG (ACの半分)
 $18 \div 2 = 9$ ←FG、EH (BDの半分)
 $7 \times 2 + 9 \times 2 = 32$ ←4つの辺をたす
答え 32cm (AC + BD = 14 + 18 = 32 と同じ)

13 平行線と比 【14ページ】

- (1) 平行線と比の定理より、AB : BC = DE : EF
 $12 : 8 = 9 : x$ ←AB : BC = DE : EF
 $12x = 72$ ←外側の積 = 内側の積
x = 6 ←両辺を12でわる
- (2) AC = 6 + 9 = 15 です。全体どうして比をつくります。
 $6 : 15 = x : 20$ ←AB : AC = DE : DF
 $15x = 120$ ←外側の積 = 内側の積
x = 8 ←両辺を15でわる

14 平行線と比の利用 【15ページ】

- (1) 対角線ACと EF の交点を G とします。△ABC で EG // BC、EG : BC = AE : AB = 1 : 3。△CAD で GF // AD、GF : AD = CG : CA = 2 : 3 です。
 $18 \times \frac{1}{3} = 6$ ←EG の長さ
 $9 \times \frac{2}{3} = 6$ ←GF の長さ
 $x = 6 + 6$ ←EF = EG + GF
x = 12 ←計算する
- (2) E、F が中点なので、EF は AD と BC の和の半分です。
 $x = \frac{1}{2} \times (7 + 15)$ ←EF = $\frac{1}{2}$ (AD + BC)
x = 11 ←計算する

15 相似な図形の面積比 【16ページ】

- (1) 面積比は相似比の2乗なので $5^2 : 9^2 = 25 : 81$
答え 25 : 81
- (2) $36 = 6^2$ 、 $121 = 11^2$ なので $6^2 : 11^2 = 36 : 121$
答え 6 : 11
- (3) 面積比は $3^2 : 8^2 = 9 : 64$ 。Qの面積を $x \text{ cm}^2$ とします。
 $9 : 64 = 45 : x$ ←P : Q = 面積比
 $9x = 2880$ ←外側の積 = 内側の積
x = 320 ←両辺を9でわる
答え 320cm²

16 面積比の利用 【17ページ】

- (1) AD : AB = 2 : 5 なので △ADE ∽ △ABC で、面積比は $2^2 : 5^2 = 4 : 25$ 。台形 DBCE は $25 - 4 = 21$ にあたるので、△ADE : 台形DBCE = 4 : 21 です。
 $4 : 21 = 20 : x$ ←△ADE : 台形DBCE
 $4x = 420$ ←外側の積 = 内側の積
x = 105 ←両辺を4でわる
答え 105cm²
- (2) △AOD ∽ △COB で相似比は 8 : 12 = 2 : 3、よって AO : OC = 2 : 3。△AOD と △DOC は高さが等しいので、面積の比は AO : OC と等しくなります。
 $2 : 3 = 20 : y$ ←△AOD : △DOC = AO : OC
 $2y = 60$ ←外側の積 = 内側の積
y = 30 ←両辺を2でわる
答え 30cm²
- (3) △ABE と △AEC は高さが等しいので、面積の比は BE : EC = 3 : 2 です。△AEC を $x \text{ cm}^2$ とします。
 $3 : 2 = 18 : x$ ←△ABE : △AEC = BE : EC
 $3x = 36$ ←外側の積 = 内側の積
x = 12 ←両辺を3でわる
△ABC = $18 + 12 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$ で、平行四辺形はその2倍です。
 $(18 + 12) \times 2 = 60$ ←平行四辺形 = △ABC × 2
答え △AEC 12cm²、平行四辺形 60cm²

17 表面積の比・体積比 【18ページ】

- (1) 表面積の比は2乗、体積比は3乗です。
 $3^2 : 4^2 = 9 : 16$ 、 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$
答え 表面積の比 9 : 16、体積比 27 : 64
- (2) 相似比は高さの比 $4 : 12 = 1 : 3$ 。表面積の比は $1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 、体積比は $1^3 : 3^3 = 1 : 27$ です。Bの表面積を $x \text{ cm}^2$ 、体積を $y \text{ cm}^3$ とします。
 $1 : 9 = 24\pi : x$ ←表面積の比
 $x = 24\pi \times 9$ ←外側の積 ÷ 1
x = 216π ←計算する
 $1 : 27 = 12\pi : y$ ←体積比
 $y = 12\pi \times 27$ ←外側の積 ÷ 1
y = 324π ←計算する
答え 表面積 216π cm²、体積 324π cm³

18 体積比の利用 【19ページ】

- (1) 水の部分と容器は相似で、相似比は深さの比 $1:3$ 、体積比は $1^3:3^3=1:27$ 。水は容器の $\frac{1}{27}$ です。
- $20 \times 27 = 540$ ← 容器いっぱいの体積 (cm^3)
- $540 - 20 = 520$ ← あと入る量
- 答え 520cm^3

- (2) 小さい円すいともとの円すいの相似比は $2:5$ 、体積比は $2^3:5^3=8:125$ 。

$$375 \times \frac{8}{125} = 24 \quad \leftarrow \text{小さい円すいの体積}$$

$$375 - 24 = 351 \quad \leftarrow \text{円すい台の体積}$$

$$\text{答え } 351\text{cm}^3$$

- (3) 半径の比が相似比で $2:3$ 、体積比は $2^3:3^3=8:27$ です。値段を x 円とします。

$$8:27=240:x \quad \leftarrow \text{値段の比=体積比}$$

$$8x=6480 \quad \leftarrow \text{外側の積=内側の積}$$

$$x=810 \quad \leftarrow \text{両辺を8でわる}$$

$$\text{答え } 810\text{円}$$