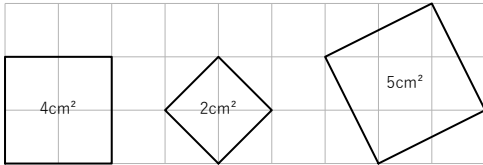


1 全体像	2~5 平方根	6~10 かけ算・わり算	11~13 たし算・ひき算・いろいろな計算	14・15 整数の問題・利用
-------	---------	--------------	-----------------------	----------------

1 平方根の全体像 — 2乗すると a になる数を、 $\sqrt{\quad}$ で表す

このページのゴール この章で学ぶことを、ざっと言える

① 方眼の上に、いろいろな面積の正方形をかく



1cm の方眼の点を結んで、正方形をかきます。面積は左から 4cm^2 、 2cm^2 、 5cm^2 です。かたむいた正方形の面積は、まわりの正方形から、すみの直角三角形をひいて求めます。

$$2 \times 2 - 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

← 面積2：まわりの 2×2 の正方形から、直角三角形4つ（1つ $\frac{1}{2}\text{cm}^2$ ）をひく
← 面積は 2cm^2

$3 \times 3 - 4 \times 1$ ← 面積5: まわりの 3×3 の正方形から、直角三角形4つ (1つ 1cm^2) をひく
 $= 5$ ← 面積は 5cm^2

②では、正方形の1辺は何 cm？

面積 4cm^2 の正方形の1辺は 2cm です ($2^2=4$)。では、面積 2cm^2 の正方形の1辺は何 cm でしょうか。 $1^2=1$ 、 $2^2=4$ なので、 1cm と 2cm の間の数で、整数では表せません。**2乗すると2になる数**を表す記号 $\sqrt{\quad}$ を、2ページで学びます。

③ この章で学ぶこと

平方根 2乗して a になる数

くわしくは2~5ページ

2乗して2になる数 $\sqrt{2}$ 、9の平方根 ± 3 、 $\sqrt{\quad}$ のついた数の大小、有理数と無理数をつまみかきます。

√ のかけ算・わり算 √ の数を、計算して簡単にする

くわしくは 6~10ページ

$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ のような数を、計算したり、簡単な形にしたりします。

√ のたし算・ひき算と、いろいろな計算 まとめる・展開する

くわしくは 11~13 ページ

$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$ 、 $(\sqrt{5}+2)^2$ の計算と、 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値を求めます。

整数の問題と平方根の利用 $\sqrt{\quad}$ が自然数になる数・紙の形

くわしくは14・15ページ

$\sqrt{\quad}$ が自然数になる数をさがします。コピー用紙の短い辺と長い辺の比も調べます。

この単元の解説記事（図と例題つき）：[かてきょノート \(katekyo-note.com\)](https://katekyo-note.com/%e3%80%90%e4%b8%ad%3e6%95%b0%e5%ad%ae%e3%80%91%e5%b9%b3%e6%96%b9%e6%a0%b9%e3%81%ae%e8%a6%81%e7%82%b9%e3%81%be%e3%81%a8%e3%82%81%) <https://katekyo-note.com/%e3%80%90%e4%b8%ad%3e6%95%b0%e5%ad%ae%e3%80%91%e5%b9%b3%e6%96%b9%e6%a0%b9%e3%81%ae%e8%a6%81%e7%82%b9%e3%81%be%e3%81%a8%e3%82%81%>

2 2乗して2になる数は？ — かぎりなく続く小数を、 $\sqrt{2}$ と表す

このページのゴール 2乗して2になる数の近似値を求め、根号 $\sqrt{\quad}$ の意味を言える

① 2乗して2になる数を、数で試して追いこむ

面積 2cm^2 の正方形の1辺を $x\text{ cm}$ とすると、 x は2乗して2になる数です。 x を小数で追いこんでみます (y は x を2乗した数)。

x	1	2	1.4	1.5	1.41	1.42	1.414	1.415
y	1	4	1.96	2.25	1.9881	2.0164	1.999396	2.002225

1.414 は2乗すると2に少したりず、1.415 は2をこえます。2乗して2になる数は $1.41421356\cdots$ と、**かぎりなく続く小数**になり、ぴったりの小数では表せません。

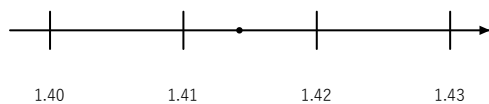
② 記号 $\sqrt{\quad}$ で表す

2乗すると2になる正の数を $\sqrt{2}$ と書き、「ルート2」と読む。

記号 $\sqrt{\quad}$ を**根号**といいます。1.414 のように、真の値に近い値を**近似値**といい、 $\sqrt{2} \approx 1.414$ と書きます ($\approx$ は「ほぼ等しい」)。電卓の $\sqrt{\quad}$ のキーでも求められます。正の数 a についても同じで、2乗して a になる正の数を $\sqrt{a}$ と書きます。1ページの面積 5cm^2 の正方形の1辺は $\sqrt{5}\text{ cm}$ 、面積 4cm^2 の正方形の1辺は $\sqrt{4}=2$ (cm) です (整数で表せる場合もあります)。

$\sqrt{2}$ は 1.41 より大きく 1.42 より小さい数です。数直線の見もりを 1.40~1.43 にして見ると、次のようになります。

$$\sqrt{2}$$



③ $\sqrt{5}$ や $\sqrt{10}$ は、どの数の間？

2乗した数をくらべて、はさみこみます。 $2^2=4$ 、 $3^2=9$ で $4<5<9$ なので、 $\sqrt{5}$ は 2 と 3 の間です。さらに $2.2^2=4.84$ 、 $2.3^2=5.29$ で $4.84<5<5.29$ なので、 $\sqrt{5}$ は 2.2 と 2.3 の間です ($\sqrt{5} \approx 2.236$)。

$\sqrt{10}$ は、 $3^2=9$ 、 $4^2=16$ で $9<10<16$ なので、3 と 4 の間です。

$\times \sqrt{2}$ を 1.4 とする ($1.4^2=1.96$ で2にならない。1.4 は近似値なので $\sqrt{2} \approx 1.4$ と書く)

合言葉 「2乗して a になる正の数が $\sqrt{a}$ 」

3 平方根とは？ — 2乗して a になる数は、正と負の2つ

このページのゴール 平方根の意味を言い、数の平方根を求め、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表せる

① 平方根

2乗すると a になる数を、a の平方根という。

9 の平方根を考えます。 $3^2=9$ だけでなく $(-3)^2=9$ でもあるので、9 の平方根は 3 と -3 の2つです。正の数 a の平方根は、**正と負の2つ**あって、絶対値が等しくなります。正のほうを $\sqrt{a}$ 、負のほうを $-\sqrt{a}$ で、まとめて $\pm\sqrt{a}$ (プラスマイナスルート a) と書きます。0 の平方根は 0 です。負の数の平方根はありません (どんな数も2乗すると 0 以上になるからです)。

② 平方根を求める

数	平方根	確かめ
9	± 3	$3^2=9$ 、 $(-3)^2=9$
$\frac{4}{9}$	$\pm \frac{2}{3}$	$(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{9}$
0.36	± 0.6	$0.6^2=0.36$
7	$\pm\sqrt{7}$	7 は整数の2乗でないので、 $\sqrt{\quad}$ を使って表す

③ $\sqrt{\quad}$ を使わずに表す

$\sqrt{a}$ は正のほうの平方根なので、 $\sqrt{\quad}$ の中が何かの2乗なら、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表せます。

$$\sqrt{49}=7 \quad (7^2=49 \text{ だから})$$

$$-\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\sqrt{0.09}=0.3 \quad (0.3^2=0.09 \text{ だから})$$

$$\sqrt{(-5)^2} \leftarrow \text{もとの式}$$

$$=\sqrt{25} \leftarrow (-5)^2 \text{ を先に計算}$$

$$=5 \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ は正のほうの平方根}$$

④ 基本の性質

a が正の数のとき $(\sqrt{a})^2=a$ $(-\sqrt{a})^2=a$

例： $(\sqrt{6})^2=6$ 、 $(-\sqrt{11})^2=11$

× 16 の平方根は 4 (-4 を落とした。○ ± 4)

× $\sqrt{16}$ は ± 4 になる ($\sqrt{16}$ は正のほうだけで、○ 4)

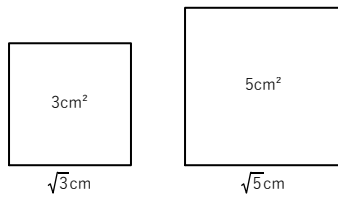
× $\sqrt{(-5)^2}$ は -5 になる ($\sqrt{\quad}$ は正のほうなので、○ 5)

合言葉 「平方根は2つ、 $\sqrt{\quad}$ は正のほう」

4 平方根の大小は？ — 2乗してくらべる

このページのゴール 平方根の大小を、不等号を使って表せる

① 面積の大きい正方形ほど、1辺が長い



面積 3cm^2 と 5cm^2 の正方形では、面積が大きい 5cm^2 のほうが、1辺が長くなります。つまり $\sqrt{3} < \sqrt{5}$ です。

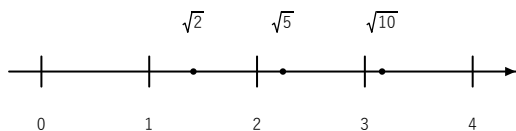
a、b が正の数で $a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

② 2乗してくらべる

$\sqrt{\quad}$ のついた数と、そうでない数は、**2乗した数**（または $\sqrt{\quad}$ の中）をくらべます。

- $\sqrt{10}$ と $\sqrt{13}$ … $10 < 13$ だから $\sqrt{10} < \sqrt{13}$
- 4 と $\sqrt{15}$ … $4 = \sqrt{16}$ で $15 < 16$ だから $\sqrt{15} < 4$
- $-\sqrt{6}$ と $-\sqrt{7}$ … $\sqrt{6} < \sqrt{7}$ だから、負の数は大小が逆になって $-\sqrt{6} > -\sqrt{7}$
- $\frac{5}{2}$ 、 $\sqrt{8}$ 、3 を小さい順に … 2乗すると $(\frac{5}{2})^2 = 6.25$ 、 $(\sqrt{8})^2 = 8$ 、 $3^2 = 9$ で $6.25 < 8 < 9$ だから $\frac{5}{2} < \sqrt{8} < 3$

③ 数直線の上で見ると



$\sqrt{2} \doteq 1.41$ 、 $\sqrt{5} \doteq 2.24$ 、 $\sqrt{10} \doteq 3.16$ で、数直線では右にあるほど大きい数です。

④ $\sqrt{10}$ より小さい自然数は？

$3^2 = 9$ 、 $4^2 = 16$ で $9 < 10 < 16$ だから $3 < \sqrt{10} < 4$ です。 $\sqrt{10}$ より小さい自然数は **1、2、3** です。

× $\sqrt{15}$ と 4 を「 $15 > 4$ だから $\sqrt{15} > 4$ 」とする（ $\sqrt{\quad}$ のついた数と、そうでない数を、そのままくらべた。4 を $\sqrt{16}$ にそろえる）

× $\sqrt{10}$ より小さい自然数を 1~9 とする（ $\sqrt{\quad}$ の中の 10 とくらべた）

合言葉 「 $\sqrt{\quad}$ の大小は、2乗してくらべる」

5

有理数と無理数とは？ — 分数で表せるかどうか

このページのゴール 有理数・無理数の意味を言い、数を分類できる

① 有理数と無理数

整数 m と 0 でない整数 n を使って、分数 $\frac{m}{n}$ の形に表せる数を有理数、表せない数を無理数という。

有理数の例： $0.6 = \frac{3}{5}$ 、 $-2 = \frac{-2}{1}$ 、 $\sqrt{9} = 3$ 、 $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ 。無理数の例： $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 π 。 $\sqrt{\quad}$ がついていても、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表せれば有理数です。

② 小数で表すと

数	小数で表すと	小数の種類
$\frac{1}{4} = 0.25$	0.25	終わる小数（有限小数）
$\frac{1}{3}$	0.333…	同じ数字の並びがくり返す小数（循環小数）
$\frac{3}{11}$	0.2727…	循環小数
$\sqrt{2}$	1.41421356…	くり返さない、かぎりなく続く小数

有理数は、有限小数か循環小数になります。無理数は、くり返さない、かぎりなく続く小数になります。

③ 数の分類

有理数

整数 -2 、 0 、 3 など

自然数 1 、 2 、 3 など

整数でない有理数
 $\frac{3}{5}$ 、 -0.8 、 $\frac{1}{3}$ など

無理数
 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 π など

有理数と無理数を合わせると、数直線上のすべての点に対応する数を表せます。

④ 無理数を選ぶ

$-\frac{3}{4}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 0.3 、 π 、 $\sqrt{\frac{9}{4}}$ のうち、無理数を選びます。 $\sqrt{16} = 4$ 、 $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ なので、 $-\frac{3}{4}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 0.3 、 $\sqrt{\frac{9}{4}}$ は有理数です。無理数は $\sqrt{7}$ と π です。

- × $\sqrt{9}$ は $\sqrt{\quad}$ がついていてから無理数とする（ $\sqrt{9}$ は 3 に等しく、有理数）
- × $0.333\dots$ は終わらないから無理数とする（循環小数は $\frac{1}{3}$ と分数で表せるので、有理数）

合言葉 「分数で表せれば有理数」

6 $\sqrt{\quad}$ のかけ算・わり算は？ — $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける・わる

このページのゴール かけ算・わり算で $\sqrt{\quad}$ の中どうしを計算できる理由を説明し、 $\sqrt{\quad}$ のかけ算・わり算ができる

① $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ は $\sqrt{6}$ としてよい？

近似値でたしかめてみます。 $\sqrt{2} \approx 1.414$ 、 $\sqrt{3} \approx 1.732$ なので $1.414 \times 1.732 = 2.449048$ です。一方 $\sqrt{6} \approx 2.449$ で、ほぼ同じ値になります。そこで、ほんとうにそうなるかを、2乗して考えます。

② 理由を説明する

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 & \quad \leftarrow \sqrt{2} \times \sqrt{3} \text{ を2乗する} \\
 &= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 \quad \leftarrow \text{かけ算の2乗は、それぞれ2乗してかける} \\
 &= 2 \times 3 \quad \leftarrow (\sqrt{a})^2 = a \\
 &= 6 \quad \leftarrow 2乗すると6
 \end{aligned}$$

$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ は正の数で、2乗すると6になります。6の正の平方根は $\sqrt{6}$ なので、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ です。

③ かけ算・わり算のきまり

$$a, b \text{ が正の数のとき } \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3} \times \sqrt{7} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= \sqrt{21} \quad \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中どうしをかける}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{30} \div \sqrt{6} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} \quad \leftarrow \text{分数の形にする} \\
 &= \sqrt{\frac{30}{6}} \quad \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中どうしをわる} \\
 &= \sqrt{5} \quad \leftarrow \text{約分する}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2} \times (-\sqrt{5}) & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= -\sqrt{10} \quad \leftarrow \text{符号を先に決める}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= \sqrt{\frac{42}{7}} \quad \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中どうしをわる} \\
 &= \sqrt{6} \quad \leftarrow \text{約分する}
 \end{aligned}$$

同じ数どうしのかけ算は、整数になります。 $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$ ($(\sqrt{a})^2 = a$ と同じです)。

$$\begin{aligned}
 &\times \sqrt{3} \times \sqrt{7} \text{ を } \sqrt{10} \text{ とする (} \sqrt{\quad} \text{ の中をたした。かけ算なので } \sqrt{\quad} \text{ の中もかけて } \sqrt{21} \text{)} \\
 &\times \sqrt{30} \div \sqrt{6} \text{ を } \sqrt{24} \text{ とする (} \sqrt{\quad} \text{ の中をひいた。わり算なので } \sqrt{\quad} \text{ の中もわって } \sqrt{5} \text{)}
 \end{aligned}$$

合言葉 「かけ算・わり算は、 $\sqrt{\quad}$ の中どうしで」

7 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にするには？ — 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外へ出す

このページのゴール $a\sqrt{b}$ を $\sqrt{\quad}$ の形に、 $\sqrt{\quad}$ を $a\sqrt{b}$ の形 ($\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ小さい自然数) に変えられる

① 外の数を $\sqrt{\quad}$ の中へ入れる

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \sqrt{9} \times \sqrt{2} & \leftarrow 3 = \sqrt{9} \text{ と考える} \\ = \sqrt{18} & \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中どうしをかける} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \sqrt{4} \times \sqrt{5} & \leftarrow 2 = \sqrt{4} \text{ と考える} \\ = \sqrt{20} & \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中どうしをかける} \end{aligned}$$

② $\sqrt{\quad}$ の中の2乗の数を、外へ出す

a、b が正の数 のとき $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解する

② 2乗になっている数 (同じ数の2つの組) を見つける

③ その数を $\sqrt{\quad}$ の外へ1つ出す

$$\begin{aligned} \sqrt{12} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \sqrt{2^2 \times 3} & \leftarrow \text{素因数分解する} \\ = 2\sqrt{3} & \leftarrow 2^2 \text{ を } \sqrt{\quad} \text{ の外へ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{72} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2} & \leftarrow \text{素因数分解する} \\ = 6\sqrt{2} & \leftarrow 2^2 \text{ と } 3^2 \text{ を外へ (} 2 \times 3 \text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{50} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \sqrt{5^2 \times 2} & \leftarrow \text{素因数分解する} \\ = 5\sqrt{2} & \leftarrow 5^2 \text{ を } \sqrt{\quad} \text{ の外へ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{7}{16}} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} & \leftarrow \text{分子と分母を別々に} \\ = \frac{\sqrt{7}}{4} & \leftarrow \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

大きい数の素因数分解に使う2乗の数: $11^2=121$ ・ $12^2=144$ ・ $13^2=169$ ・ $14^2=196$ ・ $15^2=225$ ・ $16^2=256$ ・ $17^2=289$ ・ $18^2=324$ ・ $19^2=361$

③ 大小をくらべる

$3\sqrt{2}$ と $2\sqrt{5}$ は、どちらも $\sqrt{\quad}$ の中に入れてくらべます。 $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ で $18 < 20$ だから、 $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$ です。

$\times \sqrt{12}$ を $4\sqrt{3}$ とする ($4^2=16$ なので12の中に 4^2 は入らない。○ $2\sqrt{3}$)

$\times \sqrt{72}$ を $2\sqrt{18}$ とする ($\sqrt{\quad}$ の中にまだ 3^2 が残っている。 $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ小さい自然数に)

合言葉 「2つそろった数は、 $\sqrt{\quad}$ の外へ1つ」

8

√の近似値は、どう求める？ — 知っている√の形に直してから

このページのゴール

√2・√20などの近似値を使って、ほかの√の近似値を求められる

①

a√bの形にして求める

√2≒1.414のとき、ほかの√の近似値は、√の中を「知っている√の形」に直して求めます。

√8

← もとの式

=2√2

← √2≒1.414 だから 約2.828

√18

← もとの式

=3√2

← √2≒1.414 だから 約4.242

√200

← もとの式

=√2×10²

← 200=2×10²

=10√2

← 10²を外へ。√2≒1.414 だから 約14.14

②

小数点の位置

√の中の小数点を2けたずらすと、√の値の小数点は1けたずれます。

√の中	0.02	2	200	0.2	20	2000
√の値	0.1414	1.414	14.14	0.4472	4.472	44.72

√20≒4.472のとき、√の中を、知っている√(√2・√20)の形にします(√2000を20√5にする必要はありません)。

√2000

← もとの式

=√20×10²

← 2000=20×10²

=10√20

← 約44.72

√0.2

← もとの式

=√²⁰/₁₀₀

← 0.2=²⁰/₁₀₀

=^{√20}/₁₀

← 約0.4472

√0.02

← もとの式

=√²/₁₀₀

← 0.02=²/₁₀₀

=^{√2}/₁₀

← √2≒1.414 だから 約0.1414

③

平方根の近似値のおぼえ方

√	近似値	語呂合わせ	読みの数字(1けたずつ)
√2	≒1.41421356	ひとよひとよにひとみごろ	ひと(1)よ(4)ひと(1)よ(4)に(2)ひと(1)み(3)ご(5)ろ(6)
√3	≒1.7320508	ひとなみにおごれや	ひと(1)な(7)み(3)に(2)お(0)ご(5)れ(0)や(8)
√5	≒2.2360679	ふじさんろくおうむなく	ふ(2)じ(2)さん(3)ろく(6)おう(0)む(6)な(7)く(9)

×√0.2を^{√2}/₁₀とする(0.2=²⁰/₁₀₀で、²/₁₀₀は0.02のこと。√0.2は^{√20}/₁₀)

合言葉 「小数点を2けたずらすと、√は1けたずれる」

9 分母の有理化とは？ — 分母の $\sqrt{\quad}$ と同じ $\sqrt{\quad}$ を、分母と分子にかける

このページのゴール 分母を有理化する意味を言い、分母を有理化できる

① なぜ有理化するのか

$\frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{1.414}$ は、1.414 でわる計算がたいへんです。分母から $\sqrt{\quad}$ をなくすと、近似値が出しやすくなります。たとえば $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ で、 $\frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{1.414}{2}$ なので、 $\frac{1.414}{2} = 0.707$ と、2 でわるだけで求められます。

② 分母を有理化する

分母に根号をふくまない形に変えることを、分母を有理化するという。

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ をかけるので、数の大きさは変わりません。

③ いろいろな有理化

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{5}} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} & \leftarrow \text{分母と分子に } \sqrt{5} \text{ をかける} \\ = \frac{3\sqrt{5}}{5} & \leftarrow \text{有理化した} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \frac{\sqrt{14}}{7} & \leftarrow \sqrt{7} \text{ を分母と分子にかける} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sqrt{3}} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \frac{6\sqrt{3}}{3} & \leftarrow \sqrt{3} \text{ を分母と分子にかける} \\ = 2\sqrt{3} & \leftarrow \text{約分する (6} \div 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3\sqrt{2}} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \frac{4\sqrt{2}}{6} & \leftarrow \sqrt{2} \text{ だけをかける} \\ = \frac{2\sqrt{2}}{3} & \leftarrow \text{約分する (} \div 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{20}} & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \frac{5}{2\sqrt{5}} & \leftarrow \text{先に } \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ と簡単にする} \\ = \frac{5\sqrt{5}}{10} & \leftarrow \sqrt{5} \text{ を分母と分子にかける} \\ = \frac{\sqrt{5}}{2} & \leftarrow \text{約分する (} \div 5) \end{aligned}$$

× 分母だけに $\sqrt{\quad}$ をかける (分子にもかける) × $\frac{6\sqrt{3}}{3}$ の $\sqrt{3}$ の 3 と、分母の 3 を約分する (約分は、 $\sqrt{\quad}$ の外の数どうしだけ)

合言葉 「分母の $\sqrt{\quad}$ と同じ $\sqrt{\quad}$ を、分母と分子に」

10 いろいろなかけ算・わり算は？ — 先に簡単に、わり算は分数に

このページのゴール $a\sqrt{b}$ の形や有理化をふくむ、 $\sqrt{\quad}$ のかけ算・わり算ができる

① $a\sqrt{b}$ どうしのかけ算

数どうし、 $\sqrt{\quad}$ どうしをかけます。先に $a\sqrt{b}$ の形に簡単にしておくと、数が小さいまま計算できます。

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\ &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \quad \leftarrow \text{先に簡単にする} \\ &= (2 \times 3) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) \quad \leftarrow \text{数どうし、}\sqrt{\quad}\text{ どうし} \\ &= 6\sqrt{6} \quad \leftarrow \text{かける}\end{aligned}$$

かけ算の答えを、素因数分解のまま 2乗の組をさがす方法もあります。

$$\begin{aligned}\sqrt{6} \times \sqrt{15} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\ &= \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 5} \quad \leftarrow 6=2 \times 3, 15=3 \times 5 \text{ と素因数分解のまま} \\ &= 3\sqrt{10} \quad \leftarrow 3^2 \text{ を } \sqrt{\quad} \text{ の外へ}\end{aligned}$$

② わり算は分数の形にする

$$\begin{aligned}6\sqrt{10} \div 2\sqrt{5} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\ &= \frac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} \quad \leftarrow \text{分数の形にする} \\ &= \frac{6}{2} \times \sqrt{\frac{10}{5}} \quad \leftarrow \text{数どうし、}\sqrt{\quad}\text{ どうし} \\ &= 3\sqrt{2} \quad \leftarrow \text{わり算する}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2\sqrt{3} \div \sqrt{6} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \quad \leftarrow \text{分数の形にする} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} \quad \leftarrow \sqrt{3} \div \sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{2} \quad \leftarrow \text{有理化する} \\ &= \sqrt{2} \quad \leftarrow \text{約分する}\end{aligned}$$

③ かけ算とわり算がまじった式

かけ算は分子へ、わり算は分母へ、1本の分数にまとめます。

$$\begin{aligned}\sqrt{48} \div \sqrt{6} \times \sqrt{3} & \quad \leftarrow \text{もとの式} \\ &= \frac{\sqrt{48} \times \sqrt{3}}{\sqrt{6}} \quad \leftarrow 1本の分数にまとめる \\ &= \sqrt{\frac{48 \times 3}{6}} \quad \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中どうしで計算} \\ &= \sqrt{24} \quad \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中を計算する} \\ &= 2\sqrt{6} \quad \leftarrow 2^2 \text{ を } \sqrt{\quad} \text{ の外へ}\end{aligned}$$

$\times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$ を $6\sqrt{5}$ とする ($\sqrt{\quad}$ の中をたした。○ $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ で $6\sqrt{6}$)

合言葉 「数どうし、 $\sqrt{\quad}$ どうし」

11 $\sqrt{\quad}$ のたし算・ひき算は？ — $\sqrt{\quad}$ の中が同じものどうしをまとめる

このページのゴール $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ が $\sqrt{5}$ にならない理由を言い、 $\sqrt{\quad}$ のたし算・ひき算ができる

① $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ は $\sqrt{5}$ にならない

近似値でたしかめます。1.414+1.732=3.146 ですが、 $\sqrt{5}\approx 2.236$ なので、 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ と $\sqrt{5}$ はちがう数です。

② $\sqrt{5}+\sqrt{5}$ は？

5cm ²	5cm ²
5cm ²	5cm ²
$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$

面積 5cm² の正方形を4つ並べて、大きな正方形をつくります。大きな正方形の1辺は $\sqrt{5}+\sqrt{5}$ です。面積は $5\times 4=20$ (cm²) なので、1辺は $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ です。よって $\sqrt{5}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ で、 $a+a=2a$ と同じです。

③ $\sqrt{3}$ を1つの文字のように見る

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3}+5\sqrt{3} &\leftarrow 2a+5a=7a \text{ と同じ} \\ &=7\sqrt{3} \leftarrow (2+5)\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{7}-6\sqrt{7} &\leftarrow \text{もとの式} \\ &=-2\sqrt{7} \leftarrow (4-6)\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}+3\sqrt{5}-4\sqrt{2}+\sqrt{5} &\leftarrow \text{もとの式} \\ &=(1-4)\sqrt{2}+(3+1)\sqrt{5} \leftarrow \sqrt{\quad} \text{ の中が同じものどうし} \\ &=-3\sqrt{2}+4\sqrt{5} \leftarrow \text{まとめる } (\sqrt{2} \text{ と } \sqrt{5} \text{ はこれ以上まとめられない}) \end{aligned}$$

④ 簡単にしてからまとめる

手順：① $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にする ② 分母を有理化する ③ $\sqrt{\quad}$ の中が同じものをまとめる

$$\begin{aligned} \sqrt{12}+\sqrt{27} &\leftarrow \text{もとの式} \\ =2\sqrt{3}+3\sqrt{3} &\leftarrow \text{簡単にする} \\ =5\sqrt{3} &\leftarrow \text{まとめる} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{18}-\frac{4}{\sqrt{2}} &\leftarrow \text{もとの式} \\ =3\sqrt{2}-2\sqrt{2} &\leftarrow \text{簡単に・有理化} \\ =\sqrt{2} &\leftarrow \text{まとめる} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{50}-\sqrt{8}+\sqrt{18} &\leftarrow \text{もとの式} \\ =5\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2} &\leftarrow \text{簡単にする} \\ =6\sqrt{2} &\leftarrow \text{まとめる} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{45} &\leftarrow \text{もとの式} \\ =2\sqrt{5}-3\sqrt{5} &\leftarrow \text{有理化・簡単に} \\ =-\sqrt{5} &\leftarrow \text{まとめる} \end{aligned}$$

$\times \sqrt{2}+\sqrt{3}$ を $\sqrt{5}$ とする $\times 3+2\sqrt{5}$ を $5\sqrt{5}$ とする (数と $\sqrt{\quad}$ はまとめられない)

合言葉 「 $\sqrt{\quad}$ の中が同じものどうしだけ、たし算・ひき算できる」

12 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の展開は？ — $\sqrt{\quad}$ を文字と見て、公式を使う

このページのゴール 分配法則・乗法公式を使って、 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式を計算できる

① 分配法則

$$\begin{aligned}\sqrt{3}(\sqrt{6}-2) & \leftarrow \text{もとの式} \\ = \sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{3} \times 2 & \leftarrow \text{分配法則} \\ = \sqrt{18} - 2\sqrt{3} & \leftarrow \text{かけ算する} \\ = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} & \leftarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

② 乗法公式

中3①の乗法公式の x を、 $\sqrt{\quad}$ をふくむ数にかえて使います。 x が $3\sqrt{2}$ なら、 $x^2 = (3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$ です。

$$\begin{aligned}\text{① } (x+a)(x+b) &= x^2 + (a+b)x + ab & \text{② } (x+a)^2 &= x^2 + 2ax + a^2 \\ \text{③ } (x-a)^2 &= x^2 - 2ax + a^2 & \text{④ } (x+a)(x-a) &= x^2 - a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-5) & \leftarrow \text{もとの式} \\ = 3 - 3\sqrt{3} - 10 & \leftarrow \text{公式① (} x \text{ が } \sqrt{3} \text{)} \\ = -7 - 3\sqrt{3} & \leftarrow \text{まとめる}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\ = 5 - 2\sqrt{10} + 2 & \leftarrow \text{公式③ (} x \text{ が } \sqrt{5} \text{)} \\ = 7 - 2\sqrt{10} & \leftarrow \text{まとめる}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5}+2)^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\ = 5 + 4\sqrt{5} + 4 & \leftarrow \text{公式② (} x \text{ が } \sqrt{5} \text{)} \\ = 9 + 4\sqrt{5} & \leftarrow \text{まとめる}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3}) & \leftarrow \text{もとの式} \\ = 7 - 3 & \leftarrow \text{公式④ (} \sqrt{\quad} \text{ が消える)} \\ = 4 & \leftarrow \text{計算する}\end{aligned}$$

③ 公式の形でないとき

1つずつ全部の組をかけて、同類項をまとめます。

$$\begin{aligned}(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2) & \leftarrow \text{もとの式} \\ = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times 2 + \sqrt{3} - 2 & \leftarrow \text{全部の組をかける} \\ = 6 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2 & \leftarrow \text{かける} \\ = 4 - 3\sqrt{3} & \leftarrow \text{同類項をまとめる}\end{aligned}$$

④ 誤りを見つける

「 $(\sqrt{5}+2)^2$ を $5+4$ として9とした」計算のまちがいは、公式②の真ん中の項 $2 \times 2 \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ がないことです。正しくは $9+4\sqrt{5}$ です。

× $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$ を $5-2$ として3とする（真ん中の項 $-2\sqrt{10}$ を忘れた。○ $7-2\sqrt{10}$ ）

合言葉 「 $\sqrt{\quad}$ を1つの文字と見て、公式」

13 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値は？ — 式を簡単にしてから代入する

このページのゴール 因数分解などで式を簡単にしてから、 $\sqrt{\quad}$ をふくむ数を代入して、式の値を求められる

① 因数分解してから代入する

例 $x = \sqrt{3} + 1$ のとき、 $x^2 - 2x + 1$ の値を求めなさい。

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ と因数分解してから代入すると、かつこの中がかんたんになります。

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 1 - 1)^2 & \leftarrow (x - 1)^2 \text{ に } x = \sqrt{3} + 1 \text{ を代入} \\ &= (\sqrt{3})^2 \leftarrow \text{かつこの中を計算} \\ &= 3 \leftarrow (\sqrt{a})^2 = a \end{aligned}$$

確かめ（そのまま代入しても同じ値です）： $(\sqrt{3} + 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1) + 1 = 3$ 。因数分解してからのほうが、計算が短くなります。

② $x + y \cdot x - y \cdot xy$ を先に求める

- ① 式を因数分解する（か整理する）
- ② $x + y$ 、 $x - y$ 、 xy などを先に計算する
- ③ 代入して計算する

$x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ 、 $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ のとき：

$$(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + (\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{5} \quad (x + y)$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{2}) - (\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \quad (x - y)$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 3 \quad (xy)$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} & \leftarrow x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) \text{ に代入（公式④'）} \\ &= 4\sqrt{10} \leftarrow \text{数どうし、}\sqrt{\quad} \text{ どうし} \end{aligned}$$

$x^2 + y^2$ は、 $x + y$ と xy を使って $(x + y)^2 - 2xy$ と表せます。

$$\begin{aligned} (2\sqrt{5})^2 - 2 \times 3 & \leftarrow x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \text{ に } x + y = 2\sqrt{5}、xy = 3 \text{ を代入} \\ &= 20 - 6 \leftarrow \text{計算する} \\ &= 14 \leftarrow x^2 + y^2 \text{ の値} \end{aligned}$$

$x = \sqrt{6} + 2$ 、 $y = \sqrt{6} - 2$ のとき $x^2y + xy^2$ の値：まず**共通因数**をくくって $xy(x + y)$ にします（中3①の「まず共通因数、次に公式」。くくったかつこの中が $x^2 - y^2$ なら、さらに公式④' で $(x + y)(x - y)$ にします）。 $(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2) = 2$ 、 $(\sqrt{6} + 2) + (\sqrt{6} - 2) = 2\sqrt{6}$ なので：

$$\begin{aligned} 2 \times 2\sqrt{6} & \leftarrow xy(x + y) \text{ に } xy = 2、x + y = 2\sqrt{6} \text{ を代入} \\ &= 4\sqrt{6} \leftarrow \text{かける} \end{aligned}$$

× x^2 に $x = \sqrt{3} + 1$ を代入して $\sqrt{3}^2 + 1$ とする（かっこをつけて $(\sqrt{3} + 1)^2$ とする）

合言葉 「因数分解してから代入」

14 $\sqrt{\quad}$ が自然数になるのは？ — $\sqrt{\quad}$ の中が、自然数の2乗になるとき

このページのゴール $\sqrt{\quad}$ が自然数になる条件と、 $\sqrt{\quad}$ の整数部分・小数部分を使って、整数の問題を解ける

① $\sqrt{28n}$ が自然数になる、最小の n

例 $\sqrt{28n}$ が自然数となるような、最小の自然数 n を求めなさい。

- ① $\sqrt{\quad}$ の中の数を素因数分解する
- ② 2乗の組になっていない数を見つける
- ③ その数（2つ以上なら、その全部の積）をかけて、全部を2乗の形にする

$$28 = 4 \times 7 \quad \leftarrow 28 \text{ を素因数分解すると } 2^2 \times 7 \text{ (7 が1つ足りない)}$$

$$28 \times 7 = 2^2 \times 7^2 \quad \leftarrow 7 \text{ をかけて、全部2乗の形に}$$

$$n = 7 \quad \leftarrow 196 = 14^2 \text{ となり、} \sqrt{196} = 14$$

② $\sqrt{10-a}$ が自然数になる a

例 $\sqrt{10-a}$ の値が自然数となるような自然数 a を、すべて求めなさい。

a は自然数（1 以上）なので、 $10-a$ は 9 以下です。 $\sqrt{10-a}$ が自然数になるのは、 $10-a$ が自然数の2乗 1、4、9 のときです。

$10-a$	1	4	9
$\sqrt{10-a}$	$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{9}=3$
a	$10-9=1$ より 9	$10-6=4$ より 6	$10-1=9$ より 1

よって a は 9、6、1 です。

③ $3 < \sqrt{n} < 4$ となる自然数 n

3、 $\sqrt{n}$ 、4 を2乗してくらべます。 $3^2=9$ 、 $4^2=16$ なので $9 < n < 16$ です。 n は 10、11、12、13、14、15 の6個です。

④ $\sqrt{11}$ の整数部分と小数部分

$9 < 11 < 16$ なので $3 < \sqrt{11} < 4$ です。整数部分は 3、小数部分は、 $\sqrt{11}$ から整数部分をひいた $\sqrt{11}-3$ です。

- × $\sqrt{10-a}$ の答えに $a=10$ も入れる ($\sqrt{0}$ は 0 で、自然数でない)
- × $\sqrt{11}$ の小数部分を 0.316... と書く ($\sqrt{\quad}$ を使って $\sqrt{11}-3$ と表す)

合言葉 「 $\sqrt{\quad}$ が自然数になるのは、中が自然数の2乗のとき」

15 コピー用紙は、どんな長方形？ — 短い辺と長い辺の比は $1:\sqrt{2}$

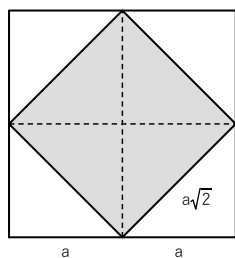
このページのゴール A判の紙の辺の比が $1:\sqrt{2}$ であることを説明し、長さを求められる

① A判の紙の辺の比

紙	短い辺	長い辺	長い辺÷短い辺
A3	297mm	420mm	1.414...
A4	210mm	297mm	1.414...

どれも $\sqrt{2} \approx 1.414$ に近い値です。A3 を半分に折ると A4 になります。

② 正方形の対角線



左の図のように、1辺 a cm の小さい正方形を4つ並べ、それぞれの対角線を1辺にして、かたむいた正方形をつくります。かたむいた正方形は、小さい正方形の半分（直角三角形）の4つ分なので、面積は小さい正方形2つ分の $2a^2$ cm² です。だから1辺は $a\sqrt{2}$ cm になります（ $2a^2$ の a^2 を $\sqrt{\quad}$ の外へ）。

1辺 1cm の正方形の対角線は $\sqrt{2}$ cm です。1辺 a cm の正方形の対角線は $a\sqrt{2}$ cm です。

③ 半分に折っても、形は同じ

短い辺 1、長い辺 $\sqrt{2}$ の長方形を半分に折ると、短い辺が $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、長い辺が 1 の長方形になります。長い辺÷短い辺をくらべます。

$$\begin{aligned}
 1 \div \frac{\sqrt{2}}{2} & \leftarrow \text{長い辺} \div \text{短い辺} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2}} \leftarrow \div \text{分数は} \times \text{逆数} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}}{2} \leftarrow \text{有理化する} \\
 &= \sqrt{2} \leftarrow \text{約分する（もともと同じ比 } 1:\sqrt{2} \text{）}
 \end{aligned}$$

④ 長さを求める

A4 の短い辺を 21cm とすると、長い辺は $21\sqrt{2}$ cm です。 $\sqrt{2} \approx 1.414$ で $21 \times 1.414 = 29.694$ なので、約 29.7cm です。

× A4 の長い辺を 21×2 で 42cm とする（ $\sqrt{2}$ 倍であって、2倍ではない。42cm は A3 の長い辺）

合言葉 「A判の紙は、 $1:\sqrt{2}$ 」

確認問題① 平方根の意味・大小・有理数と無理数

答えと解き方は20～23ページ（10・12枚目の紙）にあります。途中式は、問題のわくの中に書きましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 平方根 【3ページ】

(1) 36 の平方根を求めなさい。

(2) $\frac{16}{49}$ の平方根を求めなさい。

(3) 0.81 の平方根を求めなさい。

(4) 13 の平方根を求めなさい。

2 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表す・基本の性質 【3ページ】

(1) $\sqrt{121}$ の値を求めなさい。

(2) $-\sqrt{\frac{25}{36}}$ の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{0.16}$ の値を求めなさい。

(4) $\sqrt{(-8)^2}$ の値を求めなさい。

3 大小 【4ページ】

(1) $\sqrt{11}$ と $\sqrt{14}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(2) 5 と $\sqrt{23}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(3) $-\sqrt{8}$ と $-\sqrt{10}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(4) $\frac{7}{2}$ 、 $\sqrt{13}$ 、4 を小さい順に、不等号を使って表しなさい。

4 間の数・有理数と無理数 【2・4・5ページ】

(1) $\sqrt{40}$ は、どの続いた2つの整数の間にありますか。【2ページ】

(2) $\sqrt{20}$ より小さい自然数を、すべて書きなさい。【4ページ】

(3) 次のア～カのうち、無理数をすべて選びなさい。
ア $\sqrt{21}$ イ -0.8 ウ $\sqrt{\frac{1}{9}}$ エ $-\pi$ オ $\sqrt{48}$ カ $\frac{5}{6}$ 【5ページ】

確認問題② $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にする・かけ算とわり算・近似値

5 $a\sqrt{b}$ の形 【7ページ】

(1) $3\sqrt{6}$ を $\sqrt{\quad}$ の中に入れて、 $\sqrt{\square}$ の形にしない。

(2) $\sqrt{63}$ を $a\sqrt{b}$ の形にしない。

(3) $\sqrt{392}$ を $a\sqrt{b}$ の形にしない。

(4) $\sqrt{\frac{13}{49}}$ を簡単にする。

(5) $4\sqrt{3}$ と $3\sqrt{5}$ の大小を、不等号を使って表さない。

6 かけ算・わり算 【6・7・10ページ】

(1) $\sqrt{5} \times \sqrt{11}$ を計算しない。

(2) $\sqrt{6} \times (-\sqrt{10})$ を計算しない。

(3) $\sqrt{66} \div \sqrt{11}$ を計算しない。

(4) $\sqrt{20} \times \sqrt{27}$ を計算しない。

(5) $\sqrt{45} \div \sqrt{3} \times \sqrt{6}$ を計算しない。

7 $\sqrt{\quad}$ の近似値 【8ページ】

(1) $\sqrt{3} \approx 1.732$ として、 $\sqrt{300}$ の近似値を求めない。

(2) $\sqrt{30} \approx 5.477$ として、 $\sqrt{0.3}$ の近似値を求めない。

(3) $\sqrt{3} \approx 1.732$ として、 $\sqrt{27}$ の近似値を求めない。

確認問題 ③ 分母の有理化・たし算とひき算・乗法公式

8 分母の有理化 【9ページ】

(1) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ を有理化しなさい。

(2) $\frac{14}{\sqrt{6}}$ を有理化して、簡単にしなさい。

(3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ を有理化しなさい。

(4) $\frac{9}{2\sqrt{3}}$ を有理化して、簡単にしなさい。

9 たし算・ひき算 【11ページ】

(1) $6\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\sqrt{5}$ を計算しなさい。

(2) $3\sqrt{2}+\sqrt{7}-5\sqrt{2}+4\sqrt{7}$ を計算しなさい。

(3) $\sqrt{75}-\sqrt{12}$ を計算しなさい。

(4) $\sqrt{28}+\sqrt{63}-\sqrt{7}$ を計算しなさい。

(5) $\frac{15}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}$ を計算しなさい。

10 分配法則・乗法公式 【12ページ】

(1) $\sqrt{5}(\sqrt{10}-3)$ を計算しなさい。

(2) $(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}+4)$ を計算しなさい。

(3) $(\sqrt{7}-3)^2$ を計算しなさい。

(4) $(3\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-\sqrt{5})$ を計算しなさい。

(5) $(2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-3)$ を計算しなさい。

確認問題④ 式の値・整数の問題・平方根の利用

11 式の値 【13ページ】

(1) $x = \sqrt{7} - 2$ のとき、 $x^2 + 4x + 4$ の値を求めなさい。

(2) $x = \sqrt{6} + \sqrt{3}$ 、 $y = \sqrt{6} - \sqrt{3}$ のとき、 $x^2 - y^2$ の値を求めなさい。

(3) $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 、 $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 - xy$ の値を求めなさい。

12 整数の問題 【14ページ】

(1) $\sqrt{24n}$ が自然数となるような、最小の自然数 n を求めなさい。

(2) $\sqrt{15-a}$ の値が自然数となるような自然数 a を、すべて求めなさい。

(3) $5 < \sqrt{n} < 6$ となる自然数 n は、何個ありますか。

(4) $\sqrt{21}$ の整数部分と、小数部分を求めなさい（小数部分は $\sqrt{\quad}$ を使って表しなさい）。

13 平方根の利用 【15ページ】

(1) 1辺が 19cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

(2) 短い辺と長い辺の比が $1 : \sqrt{2}$ の長方形の紙があります。短い辺が 15cm のとき、長い辺の長さを $\sqrt{\quad}$ を使って表しなさい。また、 $\sqrt{2} \div 1.414$ として、長い辺のおよその長さを求めなさい。

確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字の行が答え、【 】は読み直すページです。

1 平方根 【3ページ】

- (1) ± 6 $6^2=36$ 、 $(-6)^2=36$ だから
- (2) $\pm \frac{4}{7}$ $(\frac{4}{7})^2=\frac{16}{49}$ だから
- (3) ± 0.9 $0.9^2=0.81$ だから
- (4) $\pm \sqrt{13}$ 13 は整数の2乗でないので、 $\sqrt{\quad}$ を使って表す

2 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表す・基本の性質 【3ページ】

- (1) $\sqrt{121}=11$ ($11^2=121$ だから)
- (2) $-\sqrt{\frac{25}{36}}$ ←もとの式
 $= -\frac{5}{6}$ ← $(\frac{5}{6})^2=\frac{25}{36}$ だから
- (3) $\sqrt{0.16}=0.4$ ($0.4^2=0.16$ だから)
- (4) $\sqrt{(-8)^2}$ ←もとの式
 $=\sqrt{64}$ ← $(-8)^2=64$
 $=8$ ← $\sqrt{\quad}$ は正のほうの平方根

3 大小 【4ページ】

- (1) $11<14$ だから $\sqrt{11}<\sqrt{14}$
- (2) $5=\sqrt{25}$ で $23<25$ だから $\sqrt{23}<5$
- (3) $\sqrt{8}<\sqrt{10}$ で、負の数は大小が逆になるから $-\sqrt{8}>-\sqrt{10}$
- (4) 2乗すると $(\frac{7}{2})^2=12.25$ 、 $(\sqrt{13})^2=13$ 、 $4^2=16$ で $12.25<13<16$ だから
 $\frac{7}{2}<\sqrt{13}<4$

4 間の数・有理数と無理数 【2・4・5ページ】

- (1) $6^2=36$ 、 $7^2=49$ で $36<40<49$ だから、 $6<\sqrt{40}<7$ 。6 と 7 の間
- (2) $4^2=16$ 、 $5^2=25$ で $16<20<25$ だから、 $4<\sqrt{20}<5$ 。1、2、3、4
- (3) ア、エ、オ イ $-0.8=-\frac{4}{5}$ 、ウ $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$ 、カ $\frac{5}{6}$ は分数で表せる有理数。オ
 $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ はア・エとともに分数で表せない。

5 $a\sqrt{b}$ の形 【7ページ】

- (1) $3\sqrt{6}$ ←もとの式
 $=\sqrt{9}\times\sqrt{6}$ ← $3=\sqrt{9}$ と考える
 $=\sqrt{54}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける
- (2) $\sqrt{63}$ ←もとの式
 $=\sqrt{3^2\times 7}$ ←素因数分解する
 $=3\sqrt{7}$ ← 3^2 を $\sqrt{\quad}$ の外へ
- (3) $\sqrt{392}$ ←もとの式
 $=\sqrt{2^2\times 7^2\times 2}$ ←素因数分解する (2の3つ、7の2つ)
 $=14\sqrt{2}$ ← 2^2 と 7^2 を外へ (2×7)
- (4) $\sqrt{\frac{13}{49}}$ ←もとの式
 $=\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{49}}$ ←分子と分母を別々に
 $=\frac{\sqrt{13}}{7}$ ← $\sqrt{49}=7$
- (5) $4\sqrt{3}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中に入れる
 $=\sqrt{48}$ ← $4=\sqrt{16}$ 、 $16\times 3=48$
 $3\sqrt{5}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中に入れる
 $=\sqrt{45}$ ← $3=\sqrt{9}$ 、 $9\times 5=45$
 $48>45$ だから $4\sqrt{3}>3\sqrt{5}$

6 かけ算・わり算 【6・7・10ページ】

- (1) $\sqrt{5} \times \sqrt{11}$ ← もとの式
 $= \sqrt{55}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける
- (2) $\sqrt{6} \times (-\sqrt{10})$ ← もとの式
 $= -\sqrt{60}$ ← 符号を先に決める。 $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける
 $= -\sqrt{2^2 \times 15}$ ← 素因数分解する
 $= -2\sqrt{15}$ ← 2^2 を $\sqrt{\quad}$ の外へ
- (3) $\sqrt{66} \div \sqrt{11}$ ← もとの式
 $= \frac{\sqrt{66}}{\sqrt{11}}$ ← 分数の形にする
 $= \sqrt{\frac{66}{11}}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中どうしをわる
 $= \sqrt{6}$ ← 約分する
- (4) $\sqrt{20} \times \sqrt{27}$ ← もとの式
 $= 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$ ← 先に簡単にする
 $= (2 \times 3) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{3})$ ← 数どうし、 $\sqrt{\quad}$ どうし
 $= 6\sqrt{15}$ ← かける
- (5) $\sqrt{45} \div \sqrt{3} \times \sqrt{6}$ ← もとの式
 $= \frac{\sqrt{45} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ ← 1本の分数にまとめる
 $= \sqrt{\frac{45 \times 6}{3}}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中どうしで計算
 $= \sqrt{90}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中を計算する
 $= 3\sqrt{10}$ ← 3^2 を $\sqrt{\quad}$ の外へ

7 $\sqrt{\quad}$ の近似値 【8ページ】

- (1) $\sqrt{300}$ ← もとの式
 $= \sqrt{10^2 \times 3}$ ← $300 = 10^2 \times 3$
 $= 10\sqrt{3}$ ← 10^2 を外へ。 $\sqrt{3} \approx 1.732$ だから 約17.32
約17.32
- (2) $\sqrt{0.3}$ ← もとの式
 $= \sqrt{\frac{30}{100}}$ ← $0.3 = \frac{30}{100}$
 $= \frac{\sqrt{30}}{10}$ ← $\sqrt{100} = 10$ 。 $\sqrt{30} \approx 5.477$ だから 約0.5477
約0.5477
- (3) $\sqrt{27}$ ← もとの式
 $= \sqrt{3^2 \times 3}$ ← $27 = 3^2 \times 3$
 $= 3\sqrt{3}$ ← 3^2 を外へ。 $\sqrt{3} \approx 1.732$ だから 約5.196
約5.196

8 分母の有理化 【9ページ】

- (1) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ ← もとの式
 $= \frac{7 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ ← 分母と分子に $\sqrt{2}$ をかける
 $= \frac{7\sqrt{2}}{2}$ ← 有理化した
- (2) $\frac{14}{\sqrt{6}}$ ← もとの式
 $= \frac{14 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$ ← 分母と分子に $\sqrt{6}$ をかける
 $= \frac{14\sqrt{6}}{6}$ ← 有理化した
 $= \frac{7\sqrt{6}}{3}$ ← 約分する ($\div 2$)
- (3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ ← もとの式
 $= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}}$ ← 分母と分子に $\sqrt{11}$ をかける
 $= \frac{\sqrt{33}}{11}$ ← 有理化した
- (4) $\frac{9}{2\sqrt{3}}$ ← もとの式
 $= \frac{9 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$ ← $\sqrt{3}$ だけをかける
 $= \frac{9\sqrt{3}}{6}$ ← 有理化した ($2 \times 3 = 6$)
 $= \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ← 約分する ($\div 3$)

9 たし算・ひき算 【11ページ】

- (1) $6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$ ← もとの式
 $= 5\sqrt{5}$ ← $(6 - 2 + 1)\sqrt{5}$
- (2) $3\sqrt{2} + \sqrt{7} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{7}$ ← もとの式
 $= (3 - 5)\sqrt{2} + (1 + 4)\sqrt{7}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中が同じものどうし
 $= -2\sqrt{2} + 5\sqrt{7}$ ← まとめる
- (3) $\sqrt{75} - \sqrt{12}$ ← もとの式
 $= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ ← 簡単にする
 $= 3\sqrt{3}$ ← まとめる
- (4) $\sqrt{28} + \sqrt{63} - \sqrt{7}$ ← もとの式
 $= 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - \sqrt{7}$ ← 簡単にする
 $= 4\sqrt{7}$ ← まとめる
- (5) $\frac{15}{\sqrt{5}} - \sqrt{20}$ ← もとの式
 $= \frac{15\sqrt{5}}{5} - \sqrt{20}$ ← 有理化する
 $= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ ← 約分・簡単にする
 $= \sqrt{5}$ ← まとめる

10 分配法則・乗法公式 【12ページ】

- (1) $\sqrt{5}(\sqrt{10}-3)$ ←もとの式
 $=\sqrt{5}\times\sqrt{10}-\sqrt{5}\times 3$ ←分配法則
 $=\sqrt{50}-3\sqrt{5}$ ←かけ算する
 $=5\sqrt{2}-3\sqrt{5}$ ← $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
- (2) $(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}+4)$ ←もとの式
 $=(\sqrt{6})^2+(1+4)\sqrt{6}+1\times 4$ ←公式① (x が $\sqrt{6}$ 、 $a=1$ 、 $b=4$)
 $=6+5\sqrt{6}+4$ ←計算する
 $=10+5\sqrt{6}$ ←まとめる
- (3) $(\sqrt{7}-3)^2$ ←もとの式
 $=(\sqrt{7})^2-2\times 3\times\sqrt{7}+3^2$ ←公式③ (x が $\sqrt{7}$ 、 $a=3$)
 $=7-6\sqrt{7}+9$ ←計算する
 $=16-6\sqrt{7}$ ←まとめる
- (4) $(3\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-\sqrt{5})$ ←もとの式
 $=(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2$ ←公式④ (x が $3\sqrt{2}$ 、 a が $\sqrt{5}$)
 $=18-5$ ← $(3\sqrt{2})^2=9\times 2$
 $=13$ ←計算する
- (5) $(2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-3)$ ←もとの式
 $=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}-2\sqrt{5}\times 3+\sqrt{5}-3$ ←全部の組をかける
 $=10-6\sqrt{5}+\sqrt{5}-3$ ←かける
 $=7-5\sqrt{5}$ ←同類項をまとめる

11 式の値 【13ページ】

- (1) $x^2+4x+4=(x+2)^2$ と因数分解してから代入する。
 $(\sqrt{7}-2+2)^2\leftarrow(x+2)^2$ に $x=\sqrt{7}-2$ を代入
 $=(\sqrt{7})^2$ ←かっこの中を計算
 $=7$ ← $(\sqrt{a})^2=a$
 確かめ (そのまま代入) : $(\sqrt{7}-2)^2+4(\sqrt{7}-2)+4=7$
- (2) $(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{6}$ 、 $(\sqrt{6}+\sqrt{3})-(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ を先に求める。
 $2\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}\leftarrow x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ に代入 (公式④')
 $=4\sqrt{18}$ ←数どうし、 $\sqrt{\quad}$ どうし
 $=12\sqrt{2}$ ← $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
- (3) $x^2-xy=x(x-y)$ と共通因数をくくる。 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$ を先に求める。
 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times 2\sqrt{2}$ ← $x(x-y)$ に代入
 $=\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}+\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}$ ←分配法則
 $=2\sqrt{6}+4$ ← $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$

12 整数の問題 【14ページ】

- (1) $24=2^2\times 2\times 3$ ←24 を素因数分解する (2 と 3 が1つずつ足りない)
 $24\times 6=2^2\times 2^2\times 3^2\leftarrow 2\times 3=6$ をかける
 $n=6$ ← $144=12^2$ となり、 $\sqrt{144}=12$
- (2) a は自然数なので $15-a$ は 14 以下。 $\sqrt{15-a}$ が自然数になるのは、 $15-a$ が 1、4、9 のとき。 $15-14=1$ 、 $15-11=4$ 、 $15-6=9$ で、確かめは $\sqrt{1}=1$ 、 $\sqrt{4}=2$ 、 $\sqrt{9}=3$ 。 **$a=14$ 、 11 、 6**
- (3) $5^2=25$ 、 $6^2=36$ で $25< n < 36$ 。 n は 26、27、…、35 で、**10個**
- (4) $4^2=16$ 、 $5^2=25$ で $16 < 21 < 25$ だから $4 < \sqrt{21} < 5$ 。
整数部分 4、小数部分 $\sqrt{21}-4$ (小数部分は、 $\sqrt{21}$ から整数部分をひいた数)

13 平方根の利用 【15ページ】

- (1) 対角線を1辺とする正方形の面積は、もとの正方形の2倍。

$$\sqrt{2 \times 19^2} \leftarrow \text{面積 } 2 \times 19^2 \text{ cm}^2 \text{ の正方形の1辺}$$

$$= 19\sqrt{2} \leftarrow 19^2 \text{ を外へ (cm)}$$

$$19\sqrt{2} \text{ cm}$$

- (2) 長い辺は短い辺の $\sqrt{2}$ 倍。 $15 \times \sqrt{2} = 15\sqrt{2}$ だから $15\sqrt{2} \text{ cm}$ 。 $\sqrt{2} \div 1.414$ だから $15 \times 1.414 = 21.21$ で、約 **21.2 cm**