

1 全体像	2・3 展開	4～7 乗法公式	8～12 因数分解	13～16 式の計算の利用
-------	--------	----------	-----------	---------------

1
 多項式の全体像 ― カッコのある式を、かけたり、積に分けたりする

このページのゴール
 この章で学ぶことを、ざっと言える

①
 先にゴールするのはどのコース？

直線 AB 上に点 P があります。A から B まで、**コースア**（AB を直径とする半円）と**コースイ**（AP と PB を直径とする2つの半円）の2つの道があり、同じ速さで進みます。AP=2a m、PB=2b m として、中2までの計算（数×多項式・同類項）で、2つのコースの長さをくらべます。

$$\frac{1}{2} \times 2\pi(a+b)$$

← アの長さ（半径 a+b の円周の半分）

$$= \pi(a+b)$$

← $\frac{1}{2} \times 2=1$

$$= \pi a + \pi b$$

← 分配法則

$$\frac{1}{2} \times 2\pi a + \frac{1}{2} \times 2\pi b$$

← イの長さ（半径 a の半円と半径 b の半円）

$$= \pi a + \pi b$$

← $\frac{1}{2} \times 2=1$

どちらも $\pi a + \pi b$ なので、点 P をどこに動かしても同じ長さで、同時にゴールします。では、灰色の部分（コースの間）の面積は？ アの半円の面積は $\frac{1}{2}\pi(a+b)^2$ ですが、 $(a+b)^2$ のような多項式どうしのかけ算は、中2までの計算ではかっこをはずせません（中2は数×多項式まで）。この章で学ぶと、灰色の部分の面積が πab になることが分かります（16ページ）。

②
 この章で学ぶこと

展開 カッコをはずして、和の形にする	くわしくは 2・3ページ
$3x(2x-y)$ 、 $(a+3)(b+2)$ のカッコをはずして、単項式の和の形にします。	
乗法公式 決まった形を、公式で展開する	くわしくは 4～7ページ
$(x+3)(x-7)$ 、 $(x+6)^2$ 、 $(x+8)(x-8)$ のような決まった形を、公式で速く確実に展開します。	
因数分解 積の形に表す（展開の逆）	くわしくは 8～12ページ
$x^2+8x+15$ を、 $(\quad)(\quad)$ のような積の形に表します。	
式の計算の利用 計算のくふう・性質の証明	くわしくは 13～16ページ
102×98 のような数の計算のくふう・数の性質の証明・図形の面積の性質の証明をします。	

この単元の解説記事（図と例題つき）：[かてきょノート \(katekyo-note.com\)](https://katekyo-note.com/)
<https://katekyo-note.com/%e3%80%90e4%b8%ad3%e6%95%b0%e5%ad%a6%e3%80%91%e5%a4%9a%e9%a0%85%e5%bc%8f%ef%bc%88%e5%b1%95%e9%96%8b%e3%81%a8%e5%9b%a0%e6%95%b0%e!>

2 単項式と多項式のかけ算・わり算は？ — かっこの中の、全部の項に

このページのゴール 単項式×多項式と、多項式÷単項式の計算ができる

① 単項式×多項式

中2の $3(2x+1)=6x+3$ と同じ**分配法則**を使います。数が単項式になっただけです。

$a(b+c)=ab+ac$ (かっこの中の項がいくつでも、全部の項に符号ごとかける。後ろからかけても同じ)

$3x(2x-y)$	← もとの式	$(2a-5b) \times (-4a)$	← もとの式
$= 3x \times 2x + 3x \times (-y)$	← 分配法則	$= 2a \times (-4a) + (-5b) \times (-4a)$	← 分配法則
$= 6x^2 - 3xy$	← 計算する	$= -8a^2 + 20ab$	← 計算する

2つの積の差は、ひくほうの積をかっこにつけたまま展開してから、かっこをはずします。

$2x(x-3) - x(4x-1)$	← もとの式
$= 2x^2 - 6x - (4x^2 - x)$	← それぞれ展開する (ひくほうはかっこをつけたまま)
$= 2x^2 - 6x - 4x^2 + x$	← かっこをはずす (符号が変わる)
$= -2x^2 - 5x$	← 同類項をまとめる

② 多項式÷単項式

1本の**分数線**にして、全部の項をわります。

$(8x^2y - 4xy) \div 4x$	← もとの式
$= \frac{8x^2y - 4xy}{4x}$	← 分数の形にする
$= \frac{8x^2y}{4x} - \frac{4xy}{4x}$	← 全部の項を $4x$ でわる
$= 2xy - y$	← 約分する

わる式が分数のときは、×**逆数**にします。 $\frac{3}{2}a = \frac{3a}{2}$ なので、逆数は $\frac{2}{3a}$ です (a も分母に入ります)。

$(6a^2 - 9a) \div (-\frac{3}{2}a)$	← もとの式
$= (6a^2 - 9a) \times (-\frac{2}{3a})$	← ÷ 分数は × 逆数
$= 6a^2 \times (-\frac{2}{3a}) - 9a \times (-\frac{2}{3a})$	← 分配法則
$= -4a + 6$	← 約分する

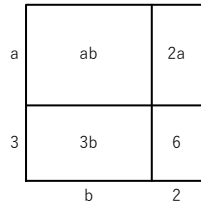
$\times 3x(2x-y)$ を $6x^2-y$ とする (後ろの項にかけていない) $\bigcirc 6x^2-3xy$
 $\times (6a^2-9a) \div \frac{3}{2}a$ で、逆数を $\frac{2}{3}a$ とする $\bigcirc \frac{2}{3a}$

合言葉 「かっこの中の、全部の項にかける (わる)」

3 多項式と多項式のかけ算は？ — 1つずつ、全部の組をかける

このページのゴール 展開の意味を言い、多項式どうしの積を展開できる

① 面積図で考える



縦 $(a+3)$ m、横 $(b+2)$ m の長方形の花だんがあります。面積を「縦×横」で表すと $(a+3)(b+2)$ 、図の4つの部分の和で表すと $ab + 2a + 3b + 6$ です。同じ花だんの面積なので、 $(a+3)(b+2)$ を展開すると $ab + 2a + 3b + 6$ になります。

単項式或多項式の積の形の式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを、もとの式を展開するという。

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\begin{aligned} (a+3)(b+2) & \leftarrow \text{もとの式 } (b+2 \text{ を } M \text{ とおくと } (a+3)M) \\ &= a(b+2) + 3(b+2) \leftarrow aM + 3M \text{ の } M \text{ を } b+2 \text{ に戻す} \\ &= \mathbf{ab + 2a + 3b + 6} \leftarrow \text{分配法則} \end{aligned}$$

② 手順

- ① 前のかっこの1つ目の項を、後ろのかっこの全部の項にかける
- ② 前のかっこの2つ目の項も、同じようにかける (符号も項とセットで)
- ③ 同類項をまとめる

$$\begin{aligned} (x+2)(x-5) & \leftarrow \text{もとの式} \\ &= x \times x + x \times (-5) + 2 \times x + 2 \times (-5) \leftarrow \text{① ② 1つずつかける} \\ &= x^2 - 5x + 2x - 10 \leftarrow \text{計算する} \\ &= \mathbf{x^2 - 3x - 10} \leftarrow \text{③ } -5x + 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2a-3)(a+4) & \leftarrow \text{もとの式} \\ &= 2a^2 + 8a - 3a - 12 \leftarrow 2a \times a, 2a \times 4, (-3) \times a, (-3) \times 4 \\ &= \mathbf{2a^2 + 5a - 12} \leftarrow 8a - 3a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-3y)(2x+y-1) & \leftarrow \text{もとの式} \\ &= 2x^2 + xy - x - 6xy - 3y^2 + 3y \leftarrow \text{かっこの中が3つの項。} 2 \times 3 = 6 \text{つの積} \\ &= \mathbf{2x^2 - 5xy - 3y^2 - x + 3y} \leftarrow xy - 6xy = -5xy \end{aligned}$$

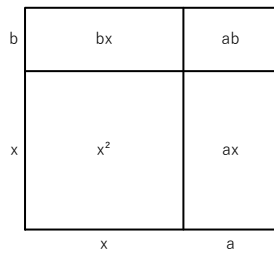
× $(x+2)(x-5)$ で、 $2 \times (-5)$ を $+10$ とする (符号を項からはなした) ○ -10

合言葉 「符号も、項とセットでかける」

4 $(x+a)(x+b)$ の展開は？ — たして x の係数、かけて定数項

このページのゴール 乗法公式①を導き、使って展開できる

① 公式①を導く



縦 $x+b$ 、横 $x+a$ の長方形を、 $x^2 \cdot ax \cdot bx \cdot ab$ の4つの部分に分けます。面積の和が、展開した式になります。

$$(x+a)(x+b) \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$=x^2+bx+ax+ab \quad \leftarrow \text{展開する（図の4つの部分の和）}$$

$$=x^2+(a+b)x+ab \quad \leftarrow \text{同類項（} ax+bx \text{）をまとめる}$$

乗法公式① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

② 公式①を使う

a と b に入れる数は、**符号もいっしょ**に決めます。

$$(x+4)(x+6) \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$=x^2+(4+6)x+4 \times 6 \quad \leftarrow \text{公式①（} a=4, b=6 \text{）}$$

$$=x^2+10x+24 \quad \leftarrow \text{計算する}$$

$$(x+3)(x-7) \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$=x^2+(3+(-7))x+3 \times (-7) \quad \leftarrow \text{公式①（} a=3, b=-7 \text{）}$$

$$=x^2-4x-21 \quad \leftarrow \text{計算する}$$

$$(x-2)(x-9) \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$=x^2+((-2)+(-9))x+(-2) \times (-9) \quad \leftarrow \text{公式①（} a=-2, b=-9 \text{）}$$

$$=x^2-11x+18 \quad \leftarrow \text{両方負なら、積は正}$$

$$(a-6)(a+1) \quad \leftarrow x \text{ が } a \text{ でも同じ}$$

$$=a^2+((-6)+1)a+(-6) \times 1 \quad \leftarrow \text{公式①（} x \text{ が } a, \text{公式の } a \text{ が } -6, b \text{ が } 1 \text{）}$$

$$=a^2-5a-6 \quad \leftarrow \text{計算する}$$

公式①が使えるのは、2つのかっこで x の係数が同じ $(x+a)(x+b)$ の形のときです。 $(2a-3)(a+4)$ のように係数がちがうものは、3ページの方法で展開します。

× $(x+3)(x-7)$ で、 x の係数を $3 \times (-7)$ 、定数項を $3+(-7)$ とする（逆にした） ○ x の係数は和、定数項は積

合言葉 「たして x の係数、かけて定数項」

5 $(x+a)^2$ 、 $(x-a)^2$ の展開は？ — 真ん中の項は 2 倍

このページのゴール 乗法公式②③を導き、使って展開できる

① 公式②③を導く

a	ax	a^2
x	x^2	ax
	x	a

公式①で b を a にすると、 $(x+a)(x+a)=(x+a)^2$ の展開になります。図では、1辺 $x+a$ の正方形が $x^2 \cdot ax \cdot ax \cdot a^2$ に分かれます。

$$\begin{aligned}
 (x+a)^2 & \leftarrow \text{同じものを2回かける} \\
 &= (x+a)(x+a) \\
 &= x^2 + (a+a)x + a \times a \leftarrow \text{公式① (bをaにする)} \\
 &= \mathbf{x^2 + 2ax + a^2} \leftarrow ax \text{ が2つで } 2ax
 \end{aligned}$$

乗法公式② $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

乗法公式③ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

③は、②の a を $-a$ にした形です。

$$\begin{aligned}
 (x-a)^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= x^2 + 2 \times (-a) \times x + (-a)^2 \leftarrow \text{公式②で } a \text{ を } -a \text{ にする} \\
 &= \mathbf{x^2 - 2ax + a^2} \leftarrow (-a)^2 = a^2
 \end{aligned}$$

② 公式②③を使う

$$\begin{aligned}
 (x+6)^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= x^2 + 2 \times 6 \times x + 6^2 \leftarrow \text{公式② (a=6)} \\
 &= \mathbf{x^2 + 12x + 36} \leftarrow \text{計算する}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (x-5)^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 &= x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2 \leftarrow \text{公式③ (a=5)} \\
 &= \mathbf{x^2 - 10x + 25} \leftarrow \text{計算する}
 \end{aligned}$$

a が分数のときも、同じように公式に入れます。

$$\begin{aligned}
 (a - \frac{1}{2})^2 & \leftarrow x \text{ が } a, \text{ 公式の } a \text{ が } \frac{1}{2} \\
 &= a^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times a + (\frac{1}{2})^2 \leftarrow \text{公式③} \\
 &= \mathbf{a^2 - a + \frac{1}{4}} \leftarrow 2 \times \frac{1}{2} = 1, (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$\times (x-5)^2$ を $x^2 - 25$ とする ○ $x^2 - 10x + 25$

数で確かめます。 $x=10$ のとき、 $(x-5)^2$ は $(10-5)^2=25$ ですが、 x^2-25 は $10^2-25=75$ で合いません（真ん中の項 $-10x$ を忘れた）。

合言葉 「2乗の展開は、真ん中の項を忘れない」

6

(x + a)(x - a) の展開は？ — 和と差の積は、2乗の差

このページのゴール

乗法公式④を導き、4つの公式を見分けて展開できる

① 公式④を導く

公式①で b を −a にします。x の項が 0 になって消えます。

(x + a)(x - a) ← もとの式

= x² + (a + (−a))x + a × (−a) ← 公式① (b を −a にする)

= x² + 0 × x − a² ← a + (−a) = 0 で x の項が消える

= x² − a²

乗法公式④ (x + a)(x - a) = x² − a²

② 公式④を使う

(x + 8)(x - 8) ← もとの式

= x² − 8² ← 公式④ (a = 8)

= x² − 64 ← 計算する

(y - 3)(y + 3) ← かつこの順が逆でも同じ

= y² − 3² ← 公式④ (x が y、a が 3)

= y² − 9 ← 計算する

数が前にあるときは、前の数が公式の x の場所に入ります。

(6 - a)(6 + a) ← 同じ項は 6

= 6² − a² ← 公式④ (x の場所に 6、a の場所に a)

= 36 − a² ← 計算する

③ 4つの公式を見分ける

2つのかつこで**同じ項**を見つけます。残りの項を見て、使う公式を選びます。

同じ項を見つけたあと、残りの項は？	使う公式	例
ちがう数 (④の形をのぞく)	①	(x + 4)(x + 6)、(x + 3)(x - 7)
同じかつこの2乗 (同じ数が2つ)	②・③	(x + 6) ² 、(x - 5) ²
符号だけちがう同じ数	④	(x + 8)(x - 8)、(6 - a)(6 + a)
同じ項が見つからない	公式は使えない	(2a - 3)(a + 4) (3ページの方法)

× (x + 8)(x - 8) を x² + 64 や x² − 16x − 64 とする ○ x² − 64 (真ん中の項は 0 で消える)

合言葉 「和と差の積は、2乗の差」

7 いろいろな式の展開は？ — かたまりを1つの文字と見て、公式を使う

このページのゴール 係数のある式・2つの文字の式・置きかえ・組み合わせの式を、公式を使って展開できる

① 係数のある項・2つの文字

$3x$ のように、数と文字の積を**1つの文字**と見て、公式に入れます。

$$\begin{array}{ll}
 (3x+5)(3x-2) & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = (3x)^2 + (5-2) \times 3x + 5 \times (-2) & \leftarrow \text{公式① (a=5, b=-2)} \\
 = \mathbf{9x^2 + 9x - 10} & \leftarrow (3x)^2 = 9x^2 \\
 \\
 (2x-3y)^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = (2x)^2 - 2 \times 3y \times 2x + (3y)^2 & \leftarrow \text{公式③ (x が 2x, a が 3y)} \\
 = \mathbf{4x^2 - 12xy + 9y^2} & \leftarrow \text{計算する} \\
 \\
 (4a+b)(4a-b) & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = (4a)^2 - b^2 & \leftarrow \text{公式④ (x が 4a, a が b)} \\
 = \mathbf{16a^2 - b^2} & \leftarrow (4a)^2 = 16a^2
 \end{array}$$

② 置きかえ

同じかたまり $a+b$ を M とおくと、公式が使える形になります。

$$\begin{array}{ll}
 (a+b+2)(a+b-2) & \leftarrow \text{もとの式 (a+b を M とおくと (M+2)(M-2))} \\
 = (a+b)^2 - 4 & \leftarrow M^2 - 4 \text{ を公式④で出し、M を a+b に戻す} \\
 = \mathbf{a^2 + 2ab + b^2 - 4} & \leftarrow \text{公式②で (a+b)^2 を展開}
 \end{array}$$

③ 組み合わせ

$$\begin{array}{ll}
 (x+3)^2 - (x+4)(x-4) & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 16) & \leftarrow \text{公式②と④ (ひくほうはかっこをつけたまま)} \\
 = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 16 & \leftarrow \text{かっこをはずす (-16 が +16)} \\
 = \mathbf{6x + 25} & \leftarrow \text{同類項をまとめる}
 \end{array}$$

④ 誤りを見つける

「 $(2x+3)^2$ を $4x^2+9$ とした」のは、どこがまちがいでしょうか。公式②で展開してくらべます。

$$\begin{array}{ll}
 (2x+3)^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2x + 3^2 & \leftarrow \text{公式② (x が 2x, a=3)} \\
 = \mathbf{4x^2 + 12x + 9} & \leftarrow \text{真ん中の項 } 2 \times 3 \times 2x = 12x \text{ がある}
 \end{array}$$

× $(3x+5)(3x-2)$ の最初の項を $3x^2$ とする ○ $(3x)^2 = 9x^2$

× $-(x+4)(x-4)$ を、かっこをつけずに $-x^2-16$ とする ○ $-(x^2-16) = -x^2+16$

合言葉 「かたまりは、1つの文字と見る」

8

長方形の縦と横は？ ― 面積の式を、積の形に表す

このページのゴール

多項式を、いくつかの式の積の形に表せることを、面積図で説明できる

①

カードで長方形をつくる

2

x	1	1	1
x	1	1	1
x ²	x	x	x

x

3

1辺 x の正方形のカード（面積 x²）が1枚、縦 x ・横 1 の長方形のカード（面積 x）が5枚、1辺 1 の正方形のカード（面積 1）が6枚あります。すき間なく並べて、1つの長方形をつくります。

縦は x+2、横は x+3 になります。カードの面積の和と、縦×横が等しいので、次の式が成り立ちます。

x²+5x+6=(x+2)(x+3)

②

展開と、その逆

(x+2)(x+3)	→ 展開する →	x ² +5x+6
(x+2)(x+3)	← 積の形に表す ←	x ² +5x+6

数でも、12=3×4 のように積の形に表すことがあります。x²+5x+6 のような式を積の形に表すしかたは、9・10ページで学びます。

③

x²+4x+3 の長方形

1

x	1	1	1
x ²	x	x	x

x

3

x² のカード1枚、x のカード4枚、1 のカード3枚で長方形をつくります。縦は x+1、横は x+3 です。

x²+4x+3=(x+1)(x+3)

どの並べ方でも、x のカードは「縦にたした数+横にたした数」枚、1 のカードは「縦にたした数×横にたした数」枚になります（1+3=4 枚、1×3=3 枚）。10ページで使います。

× x²+5x+6 で、x のカード5枚を 1 枚と 4 枚に分ける（1 のカードが 1×4=4 枚になり、6枚にならない）

○ 2枚と3枚に分ける（2×3=6 枚）

合言葉 「面積の式を、縦×横の積に」

9 因数分解とは？ — 共通な因数をくり出す

このページのゴール 因数・因数分解の意味を言い、共通因数をくり出して因数分解できる

① 因数とは

数では、 $12=2^2\times 3$ のように素数の積で表します。2、3 のような素数の因数を**素因数**といいます。式でも、積の形に表したときの1つ1つの式を因数といいます。

多項式がいくつかの単項式或多項式の積の形に表されるとき、その1つ1つの式を、もとの式の**因数**という。多項式をいくつかの**因数の積の形**に表すことを、もとの式を**因数分解**するという。

x^2+5x+6	$\Leftrightarrow$	$(x+2)(x+3)$	左から右が因数分解、右から左が展開
------------	-------------------	--------------	-------------------

② 共通因数でくくる

$ma+mb=m(a+b)$ (m が**共通因数**)

数は**最大公約数**、文字は**全部の項に共通な文字を全部**くり出します。

$$\begin{aligned} 3x^2y+6xy & \leftarrow \text{もとの式} \\ &= 3xy\times x+3xy\times 2 \leftarrow \text{共通因数は } 3xy \text{ (3 と 6 の最大公約数 3、x と y)} \\ &= \mathbf{3xy(x+2)} \leftarrow 3xy \text{ でくくる} \end{aligned}$$

確かめ： $3xy(x+2)=3x^2y+6xy$ (展開すると、もとの式に戻ります)

$4a^2-8ab+12a$	$\leftarrow$ 項が3つ	xy^2-x^2y	$\leftarrow$ 項の文字は x と y
$= 4a\times a-4a\times 2b+4a\times 3$	$\leftarrow$ 共通因数は $4a$ (a は全部の項にある)	$= xy\times y-xy\times x$	$\leftarrow$ 共通因数は xy
$= \mathbf{4a(a-2b+3)}$	$\leftarrow 4a$ でくくる	$= \mathbf{xy(y-x)}$	$\leftarrow xy$ でくくる

全部の項が共通因数のときは、その項から **1** が残ります。

$$\begin{aligned} x^2y+xy & \leftarrow xy \text{ は } xy\times 1 \\ &= xy\times x+xy\times 1 \leftarrow \text{共通因数は } xy \\ &= \mathbf{xy(x+1)} \leftarrow xy \text{ でくくる (1 を忘れない)} \end{aligned}$$

$\times 3x^2y+6xy$ を $3(x^2y+2xy)$ で止める (xy も共通。かつこの中にまだ共通因数が残る) $\bigcirc 3xy(x+2)$

合言葉 「数は最大公約数、文字は全部の項にあるもの」

10

$x^2 + (a + b)x + ab$ の因数分解は？ — 積が定数項、和が x の係数

このページのゴール

公式①' を使って、2数を見つけて因数分解できる

① 面積図で考える

3

x	1	1	1	1
x	1	1	1	1
x	1	1	1	1
x	x	x	x	x

x

4

$x^2 + 7x + 12$ を、 x^2 のカード1枚、 x のカード7枚、1 のカード12枚の長方形と考えます。7枚の x のカードを、縦に a 枚、横に b 枚に分けると、1 のカードは $a \times b = 12$ 枚です。

和が 7、積が 12 の2数は 3 と 4 なので、縦は $x + 3$ 、横は $x + 4$ です。

$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$

因数分解の公式①'

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ (乗法公式①の左右を入れかえた形)

② 2数の見つけ方

- ① 積が定数項になる2数の組を、負の数もふくめて全部書き出す
- ② その中から、和が x の係数になる組を選ぶ
- ③ $(x + a)(x + b)$ に入れる
- ④ 展開して、もとの式に戻るか確かめる

$x^2 + 8x + 15$ は、積が 15 になる2数の組を書き出します。

積が15の2数	1と15	3と5	-1と-15	-3と-5
和	16	8	-16	-8

$x^2 + 8x + 15$

← 和が8になるのは3と5

$= (x + 3)(x + 5)$ ← 公式①' (a=3、b=5)

符号の見つけ方 定数項の符号で、2数の符号が決まります。

定数項	2数の符号	例	積・和 → 2数
正	同じ符号 (x の係数と同じ符号)	$x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7)$	積14・和-9 → -2、-7
負	ちがう符号 (絶対値の大きいほうが、 x の係数と同じ符号)	$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$	積-15・和-2 → 3、-5
		$x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$	積-21・和4 → -3、7

× $x^2 - 2x - 15$ を $(x - 3)(x + 5)$ とする (展開すると $x^2 + 2x - 15$ 。符号の組が逆) ○ $(x + 3)(x - 5)$

合言葉 「積が定数項、和が x の係数」

11 2乗の形・2乗の差の因数分解は？ — 公式②③④を逆に使う

このページのゴール 公式②' ③' ④' を使い、項の数と形から公式を選んで因数分解できる

① 公式①' で考える

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 & \leftarrow \text{積 9、和 6 の2数は 3 と 3} \\ &= (x+3)(x+3) \leftarrow \text{公式①' } (a=3, b=3) \\ &= (x+3)^2 \leftarrow \text{同じ因数の積は2乗で表す} \end{aligned}$$

因数分解の公式

$$\begin{aligned} \text{②'} \quad x^2 + 2ax + a^2 &= (x+a)^2 & \text{③'} \quad x^2 - 2ax + a^2 &= (x-a)^2 \\ \text{④'} \quad x^2 - a^2 &= (x+a)(x-a) \end{aligned}$$

② 公式②' ③' ④' を使う

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 & \leftarrow \text{もとの式} & x^2 - 14x + 49 & \leftarrow \text{もとの式} \\ = x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2 & \leftarrow 25 = 5^2, 10 = 2 \times 5 & = x^2 - 2 \times 7 \times x + 7^2 & \leftarrow 49 = 7^2, 14 = 2 \times 7 \\ = (x+5)^2 & \leftarrow \text{公式②'} & = (x-7)^2 & \leftarrow \text{公式③'} \\ x^2 - 36 & \leftarrow \text{もとの式} & 9x^2 - 25y^2 & \leftarrow \text{もとの式} \\ = x^2 - 6^2 & \leftarrow 36 = 6^2 & = (3x)^2 - (5y)^2 & \leftarrow 9x^2 = (3x)^2, 25y^2 = (5y)^2 \\ = (x+6)(x-6) & \leftarrow \text{公式④'} & = (3x+5y)(3x-5y) & \leftarrow \text{公式④'} \quad (x \text{ が } 3x, a \text{ が } 5y) \end{aligned}$$

③ 公式を見分ける

式の形	使う公式	例
項が2つで、「2乗-2乗」	④'	$x^2 - 36, 9x^2 - 25y^2$
項が3つで、定数項が $\square^2$ で、 x の係数が $2 \times \square$ (か $-2 \times \square$)	②' ・ ③'	$x^2 + 10x + 25, x^2 - 14x + 49$
そのほかの3つの項	①'	$x^2 + 8x + 15, x^2 - 2x - 15$

定数項が 4 のように2乗の数でも、 x の係数が $2 \times 2 = 4$ でなければ ②' ではなく ①' です。

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 4 & \leftarrow \text{積 4、和 5 の2数は 1 と 4} \\ &= (x+1)(x+4) \leftarrow \text{公式①'} \end{aligned}$$

× $x^2 - 36$ を $(x-6)^2$ とする ○ $(x+6)(x-6)$

× $x^2 + 36$ を因数分解できる式とする (2乗の和は、この章の公式では因数分解できない)

合言葉 「2乗-2乗は、和と差の積」

12 いろいろな因数分解は？ — まず共通因数、次に公式

このページのゴール 共通因数と公式・置きかえを組み合わせ、最後まで因数分解できる

① 共通因数をくってから公式

- ① 共通因数があれば、くくり出す
- ② 項の数と形を見て、公式を選ぶ（11ページの表）
- ③ かつこの中が、さらに因数分解できないか確かめる

$$\begin{array}{ll}
 2x^2 - 8 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = 2(x^2 - 4) & \leftarrow \text{① 共通因数 2 をくくる} \\
 = \mathbf{2(x+2)(x-2)} & \leftarrow \text{② 公式④'}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 3ax^2 - 18ax + 27a & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = 3a(x^2 - 6x + 9) & \leftarrow \text{① 共通因数 3a をくくる} \\
 = \mathbf{3a(x-3)^2} & \leftarrow \text{② 公式③'}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 2x^2y - 2xy - 24y & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = 2y(x^2 - x - 12) & \leftarrow \text{① 共通因数 2y をくくる} \\
 = \mathbf{2y(x+3)(x-4)} & \leftarrow \text{② 公式①'} \quad (\text{積 } -12, \text{ 和 } -1 \text{ の2数は } 3 \text{ と } -4)
 \end{array}$$

② 置きかえ

同じかたまりを M とおくと、公式が使える形になります。因数分解したあと、M を元の式に戻します。

$$\begin{array}{ll}
 (x+y)^2 - 5(x+y) + 6 & \leftarrow \text{もとの式 } (x+y \text{ を } M \text{ とおくと } M^2 - 5M + 6) \\
 = \mathbf{(x+y-2)(x+y-3)} & \leftarrow M^2 - 5M + 6 = (M-2)(M-3) \text{ を公式①'} \text{ で。} M \text{ を } x+y \text{ に戻す} \\
 (x+1)^2 - 16 & \leftarrow \text{もとの式 } (x+1 \text{ を } M \text{ とおくと } M^2 - 4^2) \\
 = (x+1+4)(x+1-4) & \leftarrow M^2 - 4^2 = (M+4)(M-4) \text{ を公式④'} \text{ で。} M \text{ を } x+1 \text{ に戻す} \\
 = \mathbf{(x+5)(x-3)} & \leftarrow \text{かつこの中の数を計算する}
 \end{array}$$

③ 展開して整理してから

このままでは公式の形になっていない式は、**展開して同類項をまとめて**から因数分解します。

$$\begin{array}{ll}
 (x-1)(x+5) - 7 & \leftarrow \text{もとの式} \\
 = x^2 + 4x - 5 - 7 & \leftarrow \text{展開する (公式①)} \\
 = x^2 + 4x - 12 & \leftarrow \text{同類項 } (-5-7) \text{ をまとめる} \\
 = \mathbf{(x+6)(x-2)} & \leftarrow \text{公式①'} \quad (\text{積 } -12, \text{ 和 } 4 \text{ の2数は } 6 \text{ と } -2)
 \end{array}$$

$\times 2x^2 - 8$ を $2(x^2 - 4)$ で止める ($x^2 - 4$ はまだ公式④' で分解できる)
 $\times 2x^2 - 8$ を $(2x+4)(x-2)$ とする (かつこの中に共通因数 2 が残る) $\times (M-2)(M-3)$ のまま答える (M を戻し忘れ)

合言葉 「因数分解は、まず共通因数」

13 数の性質は、どう証明する？ — 例で予想し、文字で証明する

このページのゴール 数の性質を例で予想し、文字式と展開・因数分解を使って証明できる

① 例で予想する

2つの続いた奇数の積に1を加えた数を、いくつか調べます。

2つの続いた奇数	1と3	3と5	5と7	7と9
積に1を加えた数	$1 \times 3 + 1 = 4$	$3 \times 5 + 1 = 16$	$5 \times 7 + 1 = 36$	$7 \times 9 + 1 = 64$

$4=2^2$ 、 $16=4^2$ 、 $36=6^2$ 、 $64=8^2$ なので、「2つの続いた奇数の積に1を加えた数は、その間の偶数の2乗になる」と予想できます。例を調べただけでは、いつでも成り立つとは言えないので、文字で証明します。

② 証明の書き方

- ① 数を文字で表す
- ② 式をつくって、展開・因数分解する
- ③ 目的の形にして、結論を書く

n を整数とすると、2つの続いた奇数は $2n+1$ 、 $2n+3$ と表されます。

$$\begin{aligned}
 (2n+1)(2n+3)+1 & \quad \leftarrow \text{積に1を加えた数} \\
 &= 4n^2+8n+4 \quad \leftarrow \text{公式①で展開し、同類項をまとめる} \\
 &= 4(n^2+2n+1) \quad \leftarrow \text{共通因数4をくくる} \\
 &= 4(n+1)^2 \quad \leftarrow \text{公式②'} \\
 &= (2n+2)^2 \quad \leftarrow 2(n+1)=2n+2 \text{ の2乗}
 \end{aligned}$$

$2n+2$ は、 $2n+1$ と $2n+3$ の間の偶数です。したがって、予想は正しいことが証明できました。中2の証明は和のような1次式でしたが、中3では積や2乗の式を展開・因数分解して目的の形にします。

もう1つの性質 連続する3つの整数で、真ん中の数の2乗から1をひいた数は、両はしの数の積に等しい。 n を整数として、真ん中の数を n とします。

$$\begin{aligned}
 (n-1)(n+1) & \quad \leftarrow \text{両はしの数 } n-1, n+1 \text{ の積} \\
 &= n^2-1 \quad \leftarrow \text{公式④。真ん中の数 } n \text{ の2乗から1をひいた数}
 \end{aligned}$$

× 2つの続いた奇数を $2n+1$ 、 $2m+1$ とおく（別の文字では、続いた数にならない）

× 例を4つ調べただけで「いつでも成り立つ」とする（例は予想まで。いつでもは文字で証明する）

合言葉 「予想は例で、証明は文字で」

14 数の計算や式の値は、どうくふうする？ — 公式の形にして計算する

このページのゴール 展開や因数分解を使って、数の計算や式の値をくふうして求められる

① 数の計算のくふう

100 や 50 のようなきりのよい数との和や差にして、公式を使います。

$$102 \times 98 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$= (100 + 2)(100 - 2) \quad \leftarrow 100 \text{ との和と差にする}$$

$$= 100^2 - 2^2 \quad \leftarrow \text{公式④}$$

$$= 9996 \quad \leftarrow 10000 - 4$$

$$51^2 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$= (50 + 1)^2 \quad \leftarrow 50 \text{ との和にする}$$

$$= 50^2 + 2 \times 1 \times 50 + 1^2 \quad \leftarrow \text{公式②}$$

$$= 2601 \quad \leftarrow 2500 + 100 + 1$$

$$73^2 - 27^2 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$= (73 + 27)(73 - 27) \quad \leftarrow \text{公式④'} \quad (\text{④を右から左へ使う})$$

$$= 100 \times 46 \quad \leftarrow \text{かっこの中を計算する}$$

$$= 4600$$

② 式の値

$x=97$ のとき $x^2 + 6x + 9$ の値は、そのまま代入すると計算が大変なので、先に因数分解します ($x^2 + 2xy + y^2$ のような2つの文字の式も、公式②' で $(x+y)^2$ にしてから代入します)。

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$$(97 + 3)^2 \quad \leftarrow (x + 3)^2 \text{ に } x=97 \text{ を代入}$$

$$= 100^2 \quad \leftarrow \text{かっこの中を計算する}$$

$$= 10000 \quad \leftarrow 2 \text{ 乗する}$$

式が長いときは、先に展開して整理してから代入します。 $a = \frac{1}{4}$ 、 $b = -3$ のとき、 $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2$ の値を求めます。

$$(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 - (a^2 - 4ab + 4b^2) \quad \leftarrow \text{公式②③ (ひくほうはかっこをつけたまま)}$$

$$= 8ab \quad \leftarrow \text{かっこをはずして、同類項をまとめる}$$

$$8 \times \frac{1}{4} \times (-3) \quad \leftarrow 8ab \text{ に } a = \frac{1}{4}, b = -3 \text{ を代入}$$

$$= -6 \quad \leftarrow \text{計算する}$$

$\times 98^2$ を $(100 - 2)^2$ として、 $100^2 - 2^2$ とする (真ん中の項 $-2 \times 2 \times 100 = -400$ を忘れた) ○ 9604

合言葉 「きりのよい数との和や差にして、公式」

15 倍数・カレンダーの性質は？ — □の倍数は □×(整数) の形に

このページのゴール 倍数・カレンダー・計算の手順についての性質を、文字式で証明できる

① 倍数の証明

2つの続いた奇数で、大きい数の2乗から小さい数の2乗をひいた差は、 $3^2-1^2=8$ 、 $5^2-3^2=16$ 、 $7^2-5^2=24$ で、「8の倍数」と予想できます。2つの続いた奇数を $2n+1$ 、 $2n+3$ (n は整数) として証明します。

$$\begin{aligned} (2n+3)^2 - (2n+1)^2 & \leftarrow \text{大きい数の2乗 - 小さい数の2乗} \\ &= 4n^2 + 12n + 9 - (4n^2 + 4n + 1) \leftarrow \text{公式② (ひくほうはかっこをつけたまま)} \\ &= 8n + 8 \leftarrow \text{かっこをはずして、同類項をまとめる} \\ &= 8(n+1) \leftarrow \text{共通因数 8 をくくる} \end{aligned}$$

$n+1$ は整数だから、 $8 \times (\text{整数})$ の形で、8の倍数です。「 $8 \times (\text{整数})$ の形」と「() が整数であること」の2つを書きます。

② カレンダー

2026年10月のカレンダーで、 2×2 の正方形で囲んだ4つの数は、右上×左下－左上×右下が、いつでも7になります（例： $14 \times 20 - 13 \times 21 = 280 - 273 = 7$ ）。左上の数を n とします。

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

$$\begin{aligned} (n+1)(n+7) - n(n+8) & \leftarrow \text{右上} \times \text{左下} - \text{左上} \times \text{右下} \\ &= n^2 + 8n + 7 - (n^2 + 8n) \leftarrow \text{展開する (ひくほうはかっこをつけたまま)} \\ &= 7 \leftarrow \text{かっこをはずすと、同類項が消える} \end{aligned}$$

真ん中の数がある形（ 3×3 の正方形や十字の形）では、真ん中の数を n にすると、上下は $n-7 \cdot n+7$ 、左右は $n-1 \cdot n+1$ と表され、和と差の積が使えます。ななめの位置は、横の1と縦の7を合わせて表します（上の右下 $n+8$ は $n+1+7$ ）。

③ 計算の手順を式にする

「ある整数に5をたして2乗した数から、その整数から5をひいて2乗した数をひくと、20の倍数になる」。言葉の手順を、順に式にします。整数を n とすると、5をたして2乗した数は $(n+5)^2$ 、5をひいて2乗した数は $(n-5)^2$ です。「2乗してから6をひく」なら $(n+5)^2-6$ のように、2乗した式のあとでひきます。

$$\begin{aligned} (n+5)^2 - (n-5)^2 & \leftarrow \text{前の結果 - あとの結果 (あとの式全体にかっこ)} \\ &= n^2 + 10n + 25 - (n^2 - 10n + 25) \leftarrow \text{公式②③} \\ &= 20n \leftarrow \text{かっこをはずして整理。} 20 \times n \text{ の形で、} n \text{ は整数だから } 20 \text{ の倍数} \end{aligned}$$

× $8n+8$ で止めて「8の倍数」と書く（ $8 \times (\text{整数})$ の形にしていない） × 「 $n+1$ は整数だから」を書かない

合言葉 「□の倍数は、□×(整数) の形に」

16 図形の性質は、どう証明する？ — 長さを文字で表し、式を変形する

このページのゴール 図形の面積についての性質を、文字式で証明できる

① 正方形の池のまわりの道

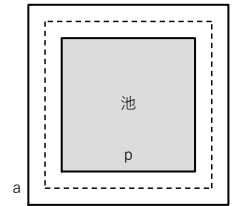
1辺 p m の正方形の池のまわりに、幅 a m の道があります。道の面積を S m²、道の真ん中を通る線（図の破線）の長さを ℓ m とすると、 $S=a\ell$ となることを説明します。

$$(p+2a)^2 - p^2 \quad \leftarrow S = (\text{外の正方形}) - (\text{池})$$

$$= p^2 + 4ap + 4a^2 - p^2 \quad \leftarrow \text{公式②で展開}$$

$$= 4ap + 4a^2 \quad \leftarrow \text{整理する}$$

真ん中の線は1辺 $p+a$ の正方形なので $\ell = 4(p+a)$ 。 $a \times 4(p+a) = 4ap + 4a^2$ となり、 S と同じ式です。よって $S=a\ell$ です。



② 円形の池のまわりの道

半径 r m の円形の池のまわりに、幅 a m の道があります。真ん中の線は、半径 $r + \frac{a}{2}$ の円です。

$$\pi(r+a)^2 - \pi r^2 \quad \leftarrow S = (\text{外の円}) - (\text{池})$$

$$= \pi r^2 + 2\pi ar + \pi a^2 - \pi r^2 \quad \leftarrow \text{公式②で展開}$$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \quad \leftarrow \text{整理する}$$

$$a \times 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right) \quad \leftarrow a\ell \quad (\ell = 2\pi(r + \frac{a}{2}))$$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \quad \leftarrow \text{分配法則} \quad (2 \times \frac{a}{2} = a)$$

どちらも $2\pi ar + \pi a^2$ で、 $S=a\ell$ が成り立ちます。 $S=a\ell$ を使うと、道の面積を ℓ から求められます。 $r=20$ 、 $a=2$ なら、 $\ell = 2\pi(20+1) = 42\pi$ です。

$$2 \times 42\pi \quad \leftarrow S=a\ell \text{ に } a=2, \ell=42\pi \text{ を代入}$$

$$= 84\pi \quad \leftarrow \text{計算する (単位は m}^2\text{)}$$

③ 1ページのコースの間の面積

1ページの灰色の部分は、アの半円からイの2つの半円をのぞいた部分です。面積を文字で表して展開します。

$$\frac{1}{2}\pi(a+b)^2 - \frac{1}{2}\pi a^2 - \frac{1}{2}\pi b^2 \quad \leftarrow \text{アの半円 - イの2つの半円}$$

$$= \frac{1}{2}\pi(a^2 + 2ab + b^2) - \frac{1}{2}\pi a^2 - \frac{1}{2}\pi b^2 \quad \leftarrow \text{公式②で展開}$$

$$= \frac{1}{2}\pi a^2 + \pi ab + \frac{1}{2}\pi b^2 - \frac{1}{2}\pi a^2 - \frac{1}{2}\pi b^2 \quad \leftarrow \text{分配法則}$$

$$= \pi ab \quad \leftarrow \text{同類項をまとめる}$$

× 道の真ん中を通る線の1辺を $p+2a$ とする（真ん中は両側に $\frac{a}{2}$ ずつなので $p+a$ ）

合言葉 「図形の性質も、文字で表して式を変形」

確認問題 ① 単項式との乗法・除法／多項式×多項式／乗法公式

答えと解き方は22～25ページ（11・13枚目の紙）にあります。途中式は、問題のわくの中に書きましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 単項式と多項式の乗法・除法 【2ページ】

(1) $-2x(3x-4y)$ を展開しなさい。

(2) $(2a-3b+1) \times 5a$ を展開しなさい。

(3) $5a(2a-1)-3a(4a-3)$ を計算しなさい。

(4) $(12a^2b-18ab^2) \div 6ab$ を計算しなさい。

(5) $(10a^2-15a) \div \frac{5}{2}a$ を計算しなさい。

2 多項式の乗法 【3ページ】

(1) $(a+5)(b-4)$ を展開しなさい。

(2) $(x+7)(x-4)$ を展開しなさい。

(3) $(3x-1)(2x+5)$ を展開しなさい。

(4) $(a+2b)(3a-b+4)$ を展開しなさい。

3 乗法公式①～④ 【4・5・6ページ】

(1) $(x+3)(x+8)$ を展開しなさい。

(2) $(x-5)(x+7)$ を展開しなさい。

(3) $(x+9)^2$ を展開しなさい。

(4) $(y+8)^2$ を展開しなさい。

(5) $(x-4)^2$ を展開しなさい。

(6) $(x-\frac{2}{3})^2$ を展開しなさい。

(7) $(x+11)(x-11)$ を展開しなさい。

(8) $(7-y)(7+y)$ を展開しなさい。

確認問題② いろいろな展開／長方形と共通因数

4 いろいろな展開 【7ページ】

(1) $(2x+7)(2x-3)$ を展開しなさい。

(2) $(3x-4y)^2$ を展開しなさい。

(3) $(x+y-5)(x+y+5)$ を展開しなさい。

(4) $(x-4)^2 - (x+2)(x-2)$ を計算しなさい。

(5) $(x+5)(x-2) + (x-3)^2$ を計算しなさい。

5 長方形と共通因数 【8・9ページ】

(1) 面積が $x^2+7x+10$ の長方形を、1辺 x の正方形のカード1枚、縦 x ・横 1 の長方形のカード7枚、1辺 1 の正方形のカード10枚をすき間なく並べてつくります。この長方形の縦と横の長さを、 x を使った式で表しなさい。【8ページ】

(2) $6x^2-9x$ を因数分解しなさい。【9ページ】

(3) $14p^2q-21pq^2$ を因数分解しなさい。【9ページ】

(4) $6x^3-12x^2+9x$ を因数分解しなさい。【9ページ】

6 公式①' で因数分解 【10ページ】

(1) $x^2+9x+18$ を因数分解しなさい。

(2) $x^2-10x+24$ を因数分解しなさい。

(3) $x^2+2x-24$ を因数分解しなさい。

(4) $a^2-5a-36$ を因数分解しなさい。

確認問題 ③ 公式②' ③' ④' / いろいろな因数分解

7 公式②' ③' ④' で因数分解 【11ページ】

(1) $x^2 + 16x + 64$ を因数分解しなさい。

(2) $x^2 - 20x + 100$ を因数分解しなさい。

(3) $x^2 - 25$ を因数分解しなさい。

(4) $16x^2 - 49y^2$ を因数分解しなさい。

8 いろいろな因数分解 【12ページ】

(1) $5x^2 - 80$ を因数分解しなさい。

(2) $2x^3y + 6x^2y - 20xy$ を因数分解しなさい。

(3) $5x^2 + 40x + 80$ を因数分解しなさい。

(4) $(x-2)^2 + 3(x-2) - 10$ を因数分解しなさい。

(5) $(x+2)(x-7) + 20$ を因数分解しなさい。

9 数の計算・式の値 【14ページ】

(1) 203×197 をくふうして計算しなさい。

(2) 99^2 をくふうして計算しなさい。

(3) $68^2 - 32^2$ をくふうして計算しなさい。

(4) $x=52$ 、 $y=-48$ のとき、 $x^2 + 2xy + y^2$ の値を求めなさい。

確認問題 ④ 数の性質の証明

10 数の性質の証明 【13・15ページ】

(1) 2つの続いた偶数の積に1を加えた数を、いくつか調べます。 $2 \times 4 + 1 = 9$ 、 $4 \times 6 + 1 = 25$ 、 $6 \times 8 + 1 = 49$ になるので、「2つの続いた偶数の積に1を加えた数は、その間の奇数の2乗になる」と予想しました。この予想が正しいことを、 n を整数として、証明しなさい。【13ページ】

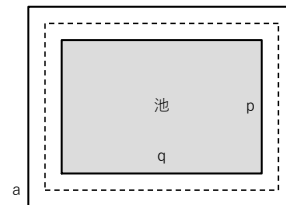
(2) 連続する3つの整数で、最も大きい数の2乗から最も小さい数の2乗をひいた差は、真ん中の数の4倍になります。このことを、真ん中の数を n として、証明しなさい。【15ページ】

(3) カレンダーで、縦に並んだ3つの数があります。上の数と下の数の積に 49 を加えると、真ん中の数の2乗になります。このことを、真ん中の数を n として、証明しなさい。【15ページ】

確認問題 ⑤ 図形の性質

11 図形の性質 【16ページ】

(1) 縦 p m、横 q m の長方形の池のまわりに、幅 a m の道があります。道の面積を S m²、道の真ん中を通る線（図の破線）の長さを ℓ m とするとき、 $S=a\ell$ となることを証明しなさい。



(2) 半径 30 m の円形の池のまわりに、幅 4 m の道があります。 $S=a\ell$ を使って、道の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字で網かけの行が答え、【 】は読み直すページです。

1 単項式と多項式の乗法・除法 【2ページ】

- (1) $-2x(3x-4y)$ ←もとの式
 $= -2x \times 3x - 2x \times (-4y)$ ←分配法則 ($-2x$ は符号ごと)
 $= -6x^2 + 8xy$ ←計算する
- (2) $(2a-3b+1) \times 5a$ ←もとの式
 $= 2a \times 5a + (-3b) \times 5a + 1 \times 5a$ ←分配法則
 $= 10a^2 - 15ab + 5a$ ←計算する
- (3) $5a(2a-1) - 3a(4a-3)$ ←もとの式
 $= 10a^2 - 5a - (12a^2 - 9a)$ ←それぞれ展開 (ひくほうはかっこをつけたまま)
 $= 10a^2 - 5a - 12a^2 + 9a$ ←かっこをははずす
 $= -2a^2 + 4a$ ←同類項をまとめる
- (4) $(12a^2b - 18ab^2) \div 6ab$ ←もとの式
 $= \frac{12a^2b - 18ab^2}{6ab}$ ←分数の形にする
 $= \frac{12a^2b}{6ab} - \frac{18ab^2}{6ab}$ ←全部の項を $6ab$ でわる
 $= 2a - 3b$ ←約分する
- (5) $(10a^2 - 15a) \div \frac{5}{2}a$ ←もとの式
 $= (10a^2 - 15a) \times \frac{2}{5a}$ ←÷分数は×逆数
 $= 10a^2 \times \frac{2}{5a} - 15a \times \frac{2}{5a}$ ←分配法則
 $= 4a - 6$ ←約分する

2 多項式の乗法 【3ページ】

- (1) $(a+5)(b-4)$ ←もとの式
 $= a \times b + a \times (-4) + 5 \times b + 5 \times (-4)$ ←1つずつかける
 $= ab - 4a + 5b - 20$ ←計算する
- (2) $(x+7)(x-4)$ ←もとの式
 $= x^2 - 4x + 7x - 28$ ←1つずつかける
 $= x^2 + 3x - 28$ ←同類項をまとめる
- (3) $(3x-1)(2x+5)$ ←もとの式
 $= 6x^2 + 15x - 2x - 5$ ←1つずつかける
 $= 6x^2 + 13x - 5$ ←同類項をまとめる

- (4) $(a+2b)(3a-b+4)$ ←もとの式
 $= 3a^2 - ab + 4a + 6ab - 2b^2 + 8b$ ← $2 \times 3 = 6$ つの積
 $= 3a^2 + 5ab - 2b^2 + 4a + 8b$ ← $-ab + 6ab = 5ab$

3 乗法公式①～④ 【4・5・6ページ】

- (1) $(x+3)(x+8)$ ←もとの式
 $= x^2 + (3+8)x + 3 \times 8$ ←公式① ($a=3, b=8$)
 $= x^2 + 11x + 24$ ←計算する
- (2) $(x-5)(x+7)$ ←もとの式
 $= x^2 + ((-5)+7)x + (-5) \times 7$ ←公式① ($a=-5, b=7$)
 $= x^2 + 2x - 35$ ←計算する
- (3) $(x+9)^2$ ←もとの式
 $= x^2 + 2 \times 9 \times x + 9^2$ ←公式② ($a=9$)
 $= x^2 + 18x + 81$ ←計算する
- (4) $(y+8)^2$ ←もとの式
 $= y^2 + 2 \times 8 \times y + 8^2$ ←公式② (x が $y, a=8$)
 $= y^2 + 16y + 64$ ←計算する
- (5) $(x-4)^2$ ←もとの式
 $= x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2$ ←公式③ ($a=4$)
 $= x^2 - 8x + 16$ ←計算する
- (6) $(x - \frac{2}{3})^2$ ←もとの式
 $= x^2 - 2 \times \frac{2}{3} \times x + (\frac{2}{3})^2$ ←公式③ ($a=\frac{2}{3}$)
 $= x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$ ← $2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}, (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$
- (7) $(x+11)(x-11)$ ←もとの式
 $= x^2 - 11^2$ ←公式④ ($a=11$)
 $= x^2 - 121$ ←計算する
- (8) $(7-y)(7+y)$ ←もとの式
 $= 7^2 - y^2$ ←公式④ (x の場所に $7, a$ の場所に y)
 $= 49 - y^2$ ←計算する

4 いろいろな展開 【7ページ】

- (1) $(2x+7)(2x-3)$ ←もとの式
 $= (2x)^2 + (7-3) \times 2x + 7 \times (-3)$ ← $2x$ を1つの文字と見て公式① ($a=7, b=-3$)
 $= 4x^2 + 8x - 21$ ←計算する
- (2) $(3x-4y)^2$ ←もとの式
 $= (3x)^2 - 2 \times 4y \times 3x + (4y)^2$ ←公式③ (x が $3x$ 、 a が $4y$)
 $= 9x^2 - 24xy + 16y^2$ ←計算する
- (3) $(x+y-5)(x+y+5)$ ←もとの式 ($x+y$ を M とおくと $(M-5)(M+5)$)
 $= (x+y)^2 - 25$ ← M^2-25 を公式④で出し、 M を $x+y$ に戻す
 $= x^2 + 2xy + y^2 - 25$ ←公式②で $(x+y)^2$ を展開
- (4) $(x-4)^2 - (x+2)(x-2)$ ←もとの式
 $= x^2 - 8x + 16 - (x^2 - 4)$ ←公式③と④ (ひくほうはかっこをつけたまま)
 $= x^2 - 8x + 16 - x^2 + 4$ ←かっこをははずす
 $= -8x + 20$ ←同類項をまとめる
- (5) $(x+5)(x-2) + (x-3)^2$ ←もとの式
 $= x^2 + 3x - 10 + x^2 - 6x + 9$ ←公式①と③
 $= 2x^2 - 3x - 1$ ←同類項をまとめる

5 長方形と共通因数 【8・9ページ】

- (1) $x^2 + 7x + 10$ ← x のカード7枚を縦と横に分ける。和7、積10の2数は2と5
 $= (x+2)(x+5)$ ←縦 $x+2$ 、横 $x+5$
縦 $x+2$ 、横 $x+5$ (縦と横は入れかえてもよい)。確かめ： $(x+2)(x+5) = x^2 + 7x + 10$
- (2) $6x^2 - 9x$ ←もとの式
 $= 3x \times 2x - 3x \times 3$ ←共通因数は $3x$
 $= 3x(2x-3)$ ← $3x$ でくくる
確かめ： $3x(2x-3) = 6x^2 - 9x$
- (3) $14p^2q - 21pq^2$ ←もとの式
 $= 7pq \times 2p - 7pq \times 3q$ ←共通因数は $7pq$
 $= 7pq(2p-3q)$ ← $7pq$ でくくる

- (4) $6x^3 - 12x^2 + 9x$ ←もとの式
 $= 3x \times 2x^2 - 3x \times 4x + 3x \times 3$ ←共通因数は $3x$
 $= 3x(2x^2 - 4x + 3)$ ← $3x$ でくくる (かっこの中は、これ以上分解できない)
確かめ： $3x(2x^2 - 4x + 3) = 6x^3 - 12x^2 + 9x$

6 公式①' で因数分解 【10ページ】

- (1) $x^2 + 9x + 18$ ←積18、和9の2数は3と6
 $= (x+3)(x+6)$ ←公式①'
確かめ： $(x+3)(x+6) = x^2 + 9x + 18$
- (2) $x^2 - 10x + 24$ ←積24、和-10の2数は-4と-6
 $= (x-4)(x-6)$ ←公式①'
- (3) $x^2 + 2x - 24$ ←積-24、和2の2数は6と-4
 $= (x+6)(x-4)$ ←公式①'
確かめ： $(x+6)(x-4) = x^2 + 2x - 24$
- (4) $a^2 - 5a - 36$ ←積-36、和-5の2数は-9と4
 $= (a-9)(a+4)$ ←公式①' (x が a)

7 公式②' ③' ④' で因数分解 【11ページ】

- (1) $x^2 + 16x + 64$ ←もとの式
 $= x^2 + 2 \times 8 \times x + 8^2$ ← $64=8^2, 16=2 \times 8$
 $= (x+8)^2$ ←公式②'
- (2) $x^2 - 20x + 100$ ←もとの式
 $= x^2 - 2 \times 10 \times x + 10^2$ ← $100=10^2, 20=2 \times 10$
 $= (x-10)^2$ ←公式③'
- (3) $x^2 - 25$ ←もとの式
 $= x^2 - 5^2$ ← $25=5^2$
 $= (x+5)(x-5)$ ←公式④'
- (4) $16x^2 - 49y^2$ ←もとの式
 $= (4x)^2 - (7y)^2$ ← $16x^2=(4x)^2, 49y^2=(7y)^2$
 $= (4x+7y)(4x-7y)$ ←公式④' (x が $4x$ 、 a が $7y$)

8 いろいろな因数分解 【12ページ】

- (1) $5x^2 - 80$ ←もとの式
 $= 5(x^2 - 16)$ ←共通因数 5 をくくる
 $= 5(x+4)(x-4)$ ←公式④
確かめ: $5(x+4)(x-4) = 5x^2 - 80$
- (2) $2x^3y + 6x^2y - 20xy$ ←もとの式
 $= 2xy(x^2 + 3x - 10)$ ←共通因数 $2xy$ をくくる
 $= 2xy(x+5)(x-2)$ ←公式①' (積 -10 、和 3 の2数は 5 と -2)
確かめ: $2xy(x+5)(x-2) = 2x^3y + 6x^2y - 20xy$
- (3) $5x^2 + 40x + 80$ ←もとの式
 $= 5(x^2 + 8x + 16)$ ←共通因数 5 をくくる
 $= 5(x+4)^2$ ←公式②' ($16 = 4^2$, $8 = 2 \times 4$)
- (4) $(x-2)^2 + 3(x-2) - 10$ ←もとの式 ($x-2$ を M とおくと $M^2 + 3M - 10$)
 $= (x-2+5)(x-2-2)$ ← $M^2 + 3M - 10 = (M+5)(M-2)$ を公式①' で、 M を戻す
 $= (x+3)(x-4)$ ←かつこの中を計算する
確かめ: $(x+3)(x-4) = (x-2)^2 + 3(x-2) - 10$
- (5) $(x+2)(x-7) + 20$ ←もとの式
 $= x^2 - 5x - 14 + 20$ ←展開する (公式①)
 $= x^2 - 5x + 6$ ←同類項 ($-14 + 20$) をまとめる
 $= (x-2)(x-3)$ ←公式①' (積 6 、和 -5 の2数は -2 と -3)
確かめ: $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$

9 数の計算・式の値 【14ページ】

- (1) 203×197 ←もとの式
 $= (200+3)(200-3)$ ← 200 との和と差にする
 $= 200^2 - 3^2$ ←公式④
 $= 39991$ ← $40000 - 9$
- (2) 99^2 ←もとの式
 $= (100-1)^2$ ← 100 との差にする
 $= 100^2 - 2 \times 1 \times 100 + 1^2$ ←公式③
 $= 9801$ ← $10000 - 200 + 1$

- (3) $68^2 - 32^2$ ←もとの式
 $= (68+32)(68-32)$ ←公式④'
 $= 100 \times 36$ ←かつこの中を計算する
 $= 3600$

- (4) $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$ と因数分解してから代入します。
 $(52 + (-48))^2 = (x+y)^2$ に $x=52$ 、 $y=-48$ を代入
 $= 4^2$ ←かつこの中を計算する
 $= 16$ ← 2 乗する

10 数の性質の証明 【13・15ページ】

- (1) n を整数とすると、 2 つの続いた偶数は $2n$ 、 $2n+2$ と表される。
 $2n(2n+2) + 1$ ←積に 1 を加えた数
 $= 4n^2 + 4n + 1$ ←展開する
 $= (2n+1)^2$ ←公式②'
 $2n+1$ は、 $2n$ と $2n+2$ の間の奇数である。したがって、 2 つの続いた偶数の積に 1 を加えた数は、その間の奇数の 2 乗になる。
- (2) n を整数として、連続する 3 つの整数を $n-1$ 、 n 、 $n+1$ と表す。
 $(n+1)^2 - (n-1)^2$ ←最も大きい数の 2 乗 - 最も小さい数の 2 乗
 $= n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$ ←公式②③
 $= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1$ ←かつこをはずす
 $= 4n$ ←同類項をまとめる
 $4n$ は $4 \times n$ で、真ん中の数 n の 4 倍である。したがって、差は真ん中の数の 4 倍になる。
- (3) n を整数として、縦に並んだ 3 つの数を、上から $n-7$ 、 n 、 $n+7$ と表す (縦は 7 ちがよい)。
 $(n-7)(n+7) + 49$ ←上と下の数の積に 49 を加えた数
 $= n^2 - 49 + 49$ ←公式④
 $= n^2$ ←計算する
 n^2 は、真ん中の数 n の 2 乗である。したがって、上の数と下の数の積に 49 を加えると、真ん中の数の 2 乗になる。

11 図形の性質 【16ページ】

- (1) 道の面積 S は、外の長方形（縦 $p+2a$ 、横 $q+2a$ ）から池をひいた面積。

$$(p+2a)(q+2a) - pq \quad \leftarrow S = (\text{外の長方形}) - (\text{池})$$

$$= pq + 2ap + 2aq + 4a^2 - pq \quad \leftarrow \text{展開する}$$

$$= 2ap + 2aq + 4a^2 \quad \leftarrow \text{整理する}$$

真ん中の線は、縦 $p+a$ 、横 $q+a$ の長方形なので、 $\ell = 2(p+a) + 2(q+a)$ です。

$$a \times (2(p+a) + 2(q+a)) \quad \leftarrow a\ell$$

$$= a(2p + 2q + 4a) \quad \leftarrow \text{かっこの中をまとめる}$$

$$= 2ap + 2aq + 4a^2 \quad \leftarrow \text{分配法則}$$

S と $a\ell$ は同じ式だから、 $S = a\ell$ である。

- (2) 真ん中の線は、半径 $30+2=32$ (m) の円。

$$2\pi \times 32 \quad \leftarrow \ell = 2\pi \times (\text{半径})$$

$$= 64\pi \quad \leftarrow \text{計算する (m)}$$

$$4 \times 64\pi \quad \leftarrow S = a\ell \text{ に } a=4, \ell=64\pi \text{ を代入}$$

$$= 256\pi \quad \leftarrow \text{計算する}$$

$$\text{答え } 256\pi \text{ m}^2$$