

1 全体像	2～6 解と平方根の考え	7～9 解の公式・因数分解	10・11 いろいろな2次方程式	12～15 2次方程式の利用
-------	--------------	---------------	------------------	----------------

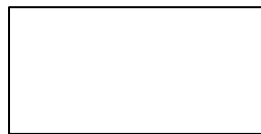
1 2次方程式の全体像 ― x^2 のある方程式を3つの方法で解く

このページのゴール この章で学ぶことを、ざっと言える

① ロープで囲んだ畑の面積を、方程式にする

長さ 24m のロープで長方形の畑を囲みます。縦＋横＝12m で、縦を x m、面積を y m² とします（横は $12-x$ ）。

x	1	2	3	4	5	6
y	11	20	27	32	35	36



面積を 34m² にしたいのですが、整数の長さでは見つかりません（4m で 32m²、5m で 35m²）。縦が x m なら横は $(12-x)$ m なので、面積が 34m² になる式は次のとおりです。

$$x(12-x)=34$$

← 縦×横＝面積

$$12x-x^2=34$$

← 左辺を展開する

$$x^2-12x+34=0$$

← すべての項を右辺に移項して、左右を入れかえる

x^2 と x が両方残るので、1次方程式の解き方（移項して $x=\square$ にする）では解けません。新しい解き方を学びます（答えは5ページ）。

② この章で学ぶこと

2次方程式と解 x^2 のある方程式と、成り立つ x の値

くわしくは 2ページ

$x^2-x-12=0$ のような方程式と、代入して成り立つ x の値（解）を調べます。

平方根の考えで解く 2乗を外したら ±

くわしくは 3～6ページ

$x^2=5$ 、 $(x-2)^2=7$ 、 $x^2+6x-2=0$ のような方程式を解きます。

解の公式・因数分解で解く どんな式にも使える公式／速い方法

くわしくは 7～11ページ

どんな2次方程式でも解ける公式、因数分解で速く解く方法、解き方の選び方を学びます。

2次方程式の利用 問題に合う解を選ぶ

くわしくは 12～15ページ

通路の幅・数・紙の容器・動く点の問題を、2次方程式で解きます。

この単元の解説記事（図と例題つき）：[かてきょノート \(katekyo-note.com\)](https://katekyo-note.com/%e3%80%90%e4%b8%ad3%e6%95%b0%e5%ad%a6%e3%80%91%e4%ba%8c%e6%ac%a1%e6%96%b9%e7%a8%8b%e5%bc%8f%e3%81%ae%e8%a6%81%e7%82%b9%e3%81%be%e) <https://katekyo-note.com/%e3%80%90%e4%b8%ad3%e6%95%b0%e5%ad%a6%e3%80%91%e4%ba%8c%e6%ac%a1%e6%96%b9%e7%a8%8b%e5%bc%8f%e3%81%ae%e8%a6%81%e7%82%b9%e3%81%be%e>

2

2次方程式とその解とは？ ― 代入して成り立つ数は、ふつう2つ

このページのゴール

2次方程式を見分け、ある数が解かどうかを、代入して確かめられる

①

2次方程式とは

移項して整理すると $(xの2次式)=0$ の形になる方程式を2次方程式という。一般に $ax^2+bx+c=0$ (a は 0 でない数) と表せる

x^2 があっても、2次方程式とは限りません。移項して整理してから見分けます。

方程式	移項して整理すると	種類
$x^2=11x$	$x^2-11x=0$	2次方程式
$(x+1)^2=2x+5$	$x^2-4=0$	2次方程式
$x(x+3)=x^2+12$	$3x-12=0$ (x^2 が消える)	1次方程式

②

解とは

2次方程式を成り立たせる x の値を、その方程式の解という。解をすべて求めることを、方程式を解くという

$x^2-x-12=0$ に、 $x=-4$ から 5 までの数を1ずつ代入して調べます (y は x^2-x-12 の値)。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	8	0	-6	-10	-12	-12	-10	-6	0	8

0 になるのは $x=-3$ と $x=4$ です。この2つが解です。2次方程式の解は、ふつう2つあります。

③

解かどうかを確かめる

$2^2+11\times 2-26$
 $=4+22-26$
 $=0$

$\leftarrow x^2+11x-26=0$ に $x=2$ を代入
 $\leftarrow$ 計算する
 $\leftarrow 0$ になる $\rightarrow$ 解

$1^2-37\times 1+70$
 $=1-37+70$
 $=34$

$\leftarrow x^2-37x+70=0$ に $x=1$ を代入
 $\leftarrow$ 計算する
 $\leftarrow 0$ にならない $\rightarrow$ 解でない

$(-3)^2-(-3)-12$
 $=9+3-12$
 $=0$

$\leftarrow x^2-x-12=0$ に $x=-3$ を代入 (負の数はかっこをつける)
 $\leftarrow$ 計算する
 $\leftarrow 0$ になる $\rightarrow$ 解

$\times x(x+3)=x^2+12$ を、 x^2 があるから2次方程式とする $\bigcirc$ 整理すると $3x-12=0$ で1次方程式

$\times x=4$ を見つけて終わる $\bigcirc$ もう1つの解 $x=-3$ がある

$\times -3^2$ を 9 とする $\bigcirc (-3)^2$ と書くと 9

合言葉 「解は、代入して式が成り立つ数」

3 $x^2 = \text{数}$ の形は？ — 平方根の考えで、 $\pm$ をつけて解く

このページのゴール $ax^2 = b$ 、 $ax^2 + c = 0$ の形の2次方程式を、平方根の考えで解ける

① $x^2 = \square$ の形

$x^2 = 225$ の x は、2乗すると 225 になる数、つまり 225 の**平方根**です（中3② で学びました）。平方根は正と負の2つあるので、解も2つです。

$$x^2 = 225 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$x = \pm 15 \quad \leftarrow 225 \text{ の平方根だから}$$

合言葉 「2乗を外したら $\pm$ (プラスマイナス)」

② 係数や数の項があるとき

- ① 数の項を右辺に移項する
- ② 両辺を x^2 の係数でわって、 $x^2 = \square$ の形にする
- ③ $\square$ の平方根を $\pm$ をつけて書く
- ④ $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ小さい自然数にする

$$3x^2 = 15 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$x^2 = 5 \quad \leftarrow \text{両辺を3でわる}$$

$$x = \pm \sqrt{5} \quad \leftarrow 5 \text{ の平方根だから}$$

$$4x^2 - 9 = 0 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$4x^2 = 9 \quad \leftarrow -9 \text{ を移項する}$$

$$x^2 = \frac{9}{4} \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$$x = \pm \frac{3}{2} \quad \leftarrow \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x^2 - 18 = 0 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$x^2 = 18 \quad \leftarrow -18 \text{ を右辺に移項する}$$

$$x = \pm \sqrt{18} \quad \leftarrow 18 \text{ の平方根だから}$$

$$x = \pm 3\sqrt{2} \quad \leftarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$-2x^2 + 50 = 0 \quad \leftarrow \text{係数が負のとき}$$

$$-2x^2 = -50 \quad \leftarrow 50 \text{ を移項する}$$

$$x^2 = 25 \quad \leftarrow \text{両辺を } -2 \text{ でわる}$$

$$x = \pm 5 \quad \leftarrow 25 \text{ の平方根だから}$$

③ $\sqrt{\quad}$ のある解の確かめ

$x = 3\sqrt{2}$ を $x^2 - 18 = 0$ に代入すると、 $(3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$ なので成り立ちます。

$$(3\sqrt{2})^2 - 18 \quad \leftarrow x = 3\sqrt{2} \text{ を代入する}$$

$$= 9 \times 2 - 18 \quad \leftarrow (3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2$$

$$= 0 \quad \leftarrow 0 \text{ になるので解}$$

$$\times x^2 = 9 \rightarrow x = 3 \quad \bigcirc x = \pm 3 \quad (-3 \text{ も解})$$

$$\times x^2 = 18 \rightarrow x = \pm \sqrt{18} \text{ で止める} \quad \bigcirc x = \pm 3\sqrt{2} \quad (\sqrt{\quad} \text{ の中を小さくする})$$

4 $(x+m)^2=n$ の形は？ — カッコの中を1つのものと見る

このページのゴール $(x+m)^2=n$ の形の2次方程式を、平方根の考えで解ける

① カッコの中を1つのものと見る

$(x-2)^2=7$ で、 $x-2$ を M とおくと $M^2=7$ なので $M=\pm\sqrt{7}$ です。 M を $x-2$ にもどして x を求めます。

$$(x-2)^2=7 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$x-2=\pm\sqrt{7} \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$$x=2\pm\sqrt{7} \quad \leftarrow -2 \text{ を右辺に移項する}$$

$x=2\pm\sqrt{7}$ は、 $x=2+\sqrt{7}$ と $x=2-\sqrt{7}$ の2つをまとめて書いた形です。

② $\sqrt{\quad}$ を簡単にしてから移項する

$$(x+3)^2=20 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$x+3=\pm\sqrt{20} \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$$x+3=\pm 2\sqrt{5} \quad \leftarrow \sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

$$x=-3\pm 2\sqrt{5} \quad \leftarrow 3 \text{ を右辺に移項する}$$

$$(x-1)^2=16 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$x-1=\pm 4 \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$$x-1=4 \text{ または } x-1=-4 \quad \leftarrow 2\text{つに分ける}$$

$$x=5, -3 \quad \leftarrow \text{それぞれ } 1 \text{ を移項する}$$

$\sqrt{\quad}$ がなくなったら、+の場合と-の場合に分けて、それぞれ計算します。

③ 数の項が左辺にあるとき

$$(x+5)^2-8=0 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$(x+5)^2=8 \quad \leftarrow -8 \text{ を右辺に移項する}$$

$$x+5=\pm\sqrt{8} \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$$x+5=\pm 2\sqrt{2} \quad \leftarrow \sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$x=-5\pm 2\sqrt{2} \quad \leftarrow 5 \text{ を右辺に移項する}$$

④ x の係数が1でないとき

$$(2x-1)^2=9 \quad \leftarrow \text{もとの式}$$

$$2x-1=\pm 3 \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$$2x=1\pm 3 \quad \leftarrow -1 \text{ を右辺に移項する}$$

$$x=2, -1 \quad \leftarrow \text{両辺を } 2 \text{ でわって計算する}$$

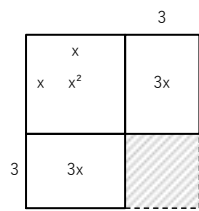
$$\times x+3=\pm 2\sqrt{5} \rightarrow x=3\pm 2\sqrt{5} \quad \bigcirc x=-3\pm 2\sqrt{5} \text{ (移項すると符号が変わる)}$$

$$\times x-1=\pm 4 \rightarrow x=1\pm 4 \text{ で止める} \quad \bigcirc \text{計算して } x=5, -3$$

合言葉 「カッコの中を1つと見て、±」

5 $x^2+px+q=0$ は？ — 両辺に $(x \text{ の係数の半分})^2$ をたす

このページのゴール $x^2+px+q=0$ の形の2次方程式を、 $(x+m)^2=n$ の形に変えて解ける



x^2+6x を面積で考えます。1辺 x の正方形（面積 x^2 ）の右に たて $x \cdot$ 横 3、下に たて 3・横 x の長方形（面積 $3x$ ）を1つずつつけると、右下のすみ（斜線）が欠けています。そこに $3 \times 3 = 9$ をたすと、1辺 $(x+3)$ の正方形になります。 $x^2+6x+9=(x+3)^2$ （乗法公式②）

① 数の項を右辺に移項する

② 両辺に $(x \text{ の係数の半分})^2$ をたす

③ 左辺を $(x+m)^2$ の形にする

④ 平方根の考えで解く

$$x^2+6x-2=0$$

← もとの式

$$x^2+6x=2$$

← -2 を右辺に移項する

$$x^2+6x+9=2+9$$

← 6 の半分 3 の2乗 9 を両辺にたす

$$(x+3)^2=11$$

← 左辺を $(x+3)^2$ の形にする

$$x+3=\pm\sqrt{11}$$

← 平方根の考え

$$x=-3\pm\sqrt{11}$$

← 3 を右辺に移項する

① 1ページの畑の方程式を解く（ x の係数が負のとき）

$$x^2-12x+34=0$$

← 1ページの方程式

$$x^2-12x=-34$$

← 34 を右辺に移項する

$$x^2-12x+36=-34+36$$

← -12 の半分 -6 の2乗 36 を両辺にたす

$$(x-6)^2=2$$

← 左辺を $(x-6)^2$ の形にする

$$x-6=\pm\sqrt{2}$$

← 平方根の考え

$$x=6\pm\sqrt{2}$$

← 6 を右辺に移項する

$\sqrt{2} \approx 1.414$ なので $x \approx 7.41, 4.59$ 。縦が約 7.41m なら横は約 4.59m で、問題に合います。

$$x^2-8x+7=0$$

← $\sqrt{\quad}$ が消える例

$$x^2-8x+16=-7+16$$

← 数の項を移項し、 -8 の半分 -4 の2乗 16 を両辺にたす

$$(x-4)^2=9$$

← 左辺を $(x-4)^2$ の形にする

$$x-4=\pm 3$$

← 平方根の考え

$$x=7, 1$$

← 4 ± 3 を計算する

× $x^2+6x=2 \rightarrow x^2+6x+9=2$ ○ 右辺にも 9 をたして $2+9=11$

× x^2-12x に $(-12)^2=144$ をたす ○ 半分の -6 を2乗して 36

6 xの係数が奇数のときは？ — 半分は分数のまま2乗してたす

このページのゴール 係数が奇数や、 x^2 の係数が1でない場合も解ける

$$\begin{aligned}
 x^2 + 5x + 3 &= 0 && \leftarrow \text{もとの式} \\
 x^2 + 5x &= -3 && \leftarrow 3 \text{ を右辺に移項する} \\
 x^2 + 5x + \frac{25}{4} &= -3 + \frac{25}{4} && \leftarrow 5 \text{ の半分 } \frac{5}{2} \text{ の2乗 } \frac{25}{4} \text{ を両辺にたす} \\
 (x + \frac{5}{2})^2 &= \frac{13}{4} && \leftarrow -3 = -\frac{12}{4} \text{ とそろえて } -\frac{12}{4} + \frac{25}{4} \\
 x + \frac{5}{2} &= \pm \sqrt{\frac{13}{4}} && \leftarrow \text{平方根の考え } (\sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}) \\
 x &= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} && \leftarrow -\frac{5}{2} \text{ を移項して、分母が同じなので1つの分数にする} \\
 x^2 - 3x + 1 &= 0 && \leftarrow x \text{ の係数が負の奇数} \\
 x^2 - 3x &= -1 && \leftarrow 1 \text{ を右辺に移項する} \\
 x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= -1 + \frac{9}{4} && \leftarrow -3 \text{ の半分 } -\frac{3}{2} \text{ の2乗 } \frac{9}{4} \text{ を両辺にたす} \\
 (x - \frac{3}{2})^2 &= \frac{5}{4} && \leftarrow -1 = -\frac{4}{4} \text{ とそろえる} \\
 x - \frac{3}{2} &= \pm \sqrt{\frac{5}{4}} && \leftarrow \text{平方根の考え} \\
 x &= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} && \leftarrow \frac{3}{2} \text{ を移項して1つの分数にする}
 \end{aligned}$$

① x^2 の係数が1でないとき

まず、両辺を x^2 の係数でわって、 x^2 の係数を1にします。

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 8x - 6 &= 0 && \leftarrow \text{もとの式} \\
 x^2 + 4x - 3 &= 0 && \leftarrow \text{両辺を2でわる} \\
 x^2 + 4x &= 3 && \leftarrow -3 \text{ を右辺に移項する} \\
 x^2 + 4x + 4 &= 3 + 4 && \leftarrow 4 \text{ の半分 } 2 \text{ の2乗 } 4 \text{ を両辺にたす} \\
 (x + 2)^2 &= 7 && \leftarrow \text{左辺を } (x + 2)^2 \text{ の形にする} \\
 x + 2 &= \pm \sqrt{7} && \leftarrow \text{平方根の考え} \\
 x &= -2 \pm \sqrt{7} && \leftarrow 2 \text{ を右辺に移項する}
 \end{aligned}$$

この手順を $ax^2 + bx + c = 0$ のまま行くと、いつでも使える公式ができます (7ページ)。

$$\begin{aligned}
 \times x^2 + 5x \text{ の } 5 \text{ の半分を } 2 \text{ とする} &\quad \bigcirc \frac{5}{2} \text{ (分数のまま)} \\
 \times x = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{13} \text{ とする} &\quad \bigcirc x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ } (\frac{\sqrt{13}}{2} \text{ の分母も残す})
 \end{aligned}$$

合言葉 「半分が分数でも、そのまま2乗してたす」

7 どんな2次方程式でも解ける公式は？ — 6ページの手順を、 $a \cdot b \cdot c$ のままで

このページのゴール 2次方程式の解の公式が、 $(x+m)^2=n$ の形に変えて導けることを言い、公式を書ける

① 数の例 ($3x^2+5x+1=0$) で、6ページの手順を行う

$$3x^2+5x+1=0$$

← もとの式

$$x^2+\frac{5}{3}x=-\frac{1}{3}$$

← 両辺を3でわり、数の項を右辺に移項する

$$x^2+\frac{5}{3}x+(\frac{5}{6})^2=-\frac{1}{3}+(\frac{5}{6})^2$$

← $\frac{5}{3}$ の半分 $\frac{5}{6}$ の2乗を両辺にたす

$$(x+\frac{5}{6})^2=\frac{13}{36}$$

← $-\frac{1}{3}+\frac{25}{36}=-\frac{12}{36}+\frac{25}{36}$

$$x+\frac{5}{6}=\pm\sqrt{\frac{13}{36}}$$

← 平方根の考え

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

← $-\frac{5}{6}$ を移項して1つの分数にする

② 同じ手順を $ax^2+bx+c=0$ で行う

$$ax^2+bx+c=0$$

← もとの式 (a は 0 でない)

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

← 両辺を a でわり、数の項を右辺に移項する

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$$

← $\frac{b}{a}$ の半分 $\frac{b}{2a}$ の2乗を両辺にたす

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

← 右辺を通分する

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

← 平方根の考え

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

← $-\frac{b}{2a}$ を移項して1つの分数にする

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (2次方程式の解の公式)

③ 公式で、①の答えを確認する

$$3x^2+5x+1=0$$

← $a=3, b=5, c=1$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

← 解の公式に代入

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

← $25-12=13$ (①の答えと同じ)

$$\times x=-b\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{2a}} \quad \text{○ 分数の線は } -b \text{ の下まで } (-b \text{ も } 2a \text{ でわる})$$

合言葉 「 $2a$ 分の、 $-b \pm \sqrt{b^2-4ac}$ 」

8 解の公式の使い方は？ — $a \cdot b \cdot c$ を符号ごと書き出して代入

このページのゴール 解の公式を使って2次方程式を解き、 $\sqrt{\quad}$ を簡単にして約分できる

① 右辺を 0 にして、 $a \cdot b \cdot c$ を符号ごと書き出す

② 公式に代入し、 $\sqrt{\quad}$ を簡単にして約分する

① $\sqrt{\quad}$ が残る・約分する

$$2x^2 + 7x + 2 = 0 \quad \leftarrow a=2, b=7, c=2$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} \quad \leftarrow \text{解の公式に代入}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4} \quad \leftarrow 49 - 16 = 33$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \quad \leftarrow a=1, b=4, c=-1$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \quad \leftarrow \text{解の公式に代入}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2} \quad \leftarrow -4 \times 1 \times (-1) = +4 \text{ だから } 16 + 4 = 20$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \quad \leftarrow \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{5} \quad \leftarrow \text{分子の2つの項と分母を2でわる}$$

$$3x^2 - 4x - 2 = 0 \quad \leftarrow a=3, b=-4, c=-2$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \quad \leftarrow \text{解の公式に代入}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{6} \quad \leftarrow -(-4) = 4, 16 + 24 = 40$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{6} \quad \leftarrow \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3} \quad \leftarrow \text{分子の2つの項と分母を2でわる}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad \leftarrow a=2, b=-3, c=-2$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} \quad \leftarrow \text{解の公式に代入}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \quad \leftarrow 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{4} \quad \leftarrow \sqrt{25} = 5$$

$$x = 2, -\frac{1}{2} \quad \leftarrow \frac{3+5}{4} = 2, \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\times \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \text{ を } -2 \pm 2\sqrt{5} \text{ とする} \quad \bigcirc -2 \pm \sqrt{5} \text{ (分子の両方の項をわる)}$$

$$\times b = -4 \text{ のとき } -b \text{ を } -4 \text{ とする} \quad \bigcirc -b = 4$$

$$\times (-4)^2 \text{ を } -16 \text{ とする} \quad \bigcirc (-4)^2 = 16$$

合言葉 「 $a \cdot b \cdot c$ を符号ごと書き出してから代入」

9 因数分解で解くには？ — かけて0なら、どちらかが0

このページのゴール $AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ を使って、因数分解で2次方程式を解ける

$AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ ($3 \times 0=0$ 、 $0 \times 5=0$ のように、かけて 0 になるのは、どちらかが 0 のときだけ)

- ① 右辺を 0 にする
② 左辺を因数分解する (中3①の公式 ①' ~④')
③ かっこごとに「=0」の1次方程式を解く

$x^2 - 6x + 5 = 0$	← もとの式
$(x-1)(x-5) = 0$	← 左辺を因数分解する (公式①')
$x-1=0$ または $x-5=0$	← $A=0$ または $B=0$
$x=1, 5$	← それぞれ解く

① 解が1つだけ・公式を使う因数分解

$x^2 - 10x + 25 = 0 \quad \leftarrow \text{もとの式}$ $(x-5)^2 = 0 \quad \leftarrow \text{公式③'}$ $x-5 = 0 \quad \leftarrow \text{同じかったが}^2\text{つ}$ $x=5$ $\leftarrow \text{解は1つだけ}$	$x^2 - 16 = 0 \quad \leftarrow \text{もとの式}$ $(x+4)(x-4) = 0 \quad \leftarrow \text{公式④'}$ $x = \pm 4$ $\leftarrow x+4=0 \text{ または } x-4=0 \text{ から}$
---	---

② $x^2=4x$ と、 x の係数が1でないかっこ

× $x^2=4x$ の両辺を x でわって $x=4$ ($x=0$ のとき 0 でわることになる。 $x=0$ も解)

$$\begin{aligned} x^2 &= 4x && \leftarrow \text{もとの式} \\ x^2 - 4x &= 0 && \leftarrow 4x \text{ を左辺に移動する} \\ x(x-4) &= 0 && \leftarrow \text{共通因数 } x \text{ でくくる} \\ \mathbf{x=0, 4} &&& \leftarrow \text{それぞれ解く} \\ (2x-3)(x+4) &= 0 && \leftarrow \text{もとの式} \\ 2x-3=0 \text{ または } x+4=0 &&& \leftarrow A=0 \text{ または } B=0 \\ \mathbf{x=\frac{3}{2}, -4} &&& \leftarrow 2x=3 \text{ から } x=\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\times (3x-4)(x-5)=0 \rightarrow x=4, 5 \quad \bigcirc 3x-4=0 \text{ から } x=\frac{4}{3}, 5 \text{ (符号をかえるだけではない)}$$

合言葉 「かけて0なら、どちらかが0」

10 どの解き方を選ぶ？ — まず整理してから、解き方を選ぶ

このページのゴール いろいろな形の2次方程式を $(2次式)=0$ の形に整理し、合う方法で解ける

① どの方法でも、解は同じ

因数分解	$(x-4)(x+2)=0 \rightarrow x=4, -2$
平方根の考え	$(x-1)^2=9 \rightarrow x-1=\pm 3 \rightarrow x=4, -2$
解の公式	$x=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{2\pm 6}{2} \rightarrow x=4, -2$

上の3つは、どれも $x^2-2x-8=0$ を解いた式です。解き方は、次の順に選びます。

- ① 整理する（かっこ・分数・小数をなくし、右辺を0にする） ② 因数分解できる？ → **因数分解**
 ③ $x^2=\square$ や $(x+m)^2=\square$ の形？ → **平方根の考え** ④ どちらでもない → **解の公式**

② 整理してから解く

$(x-2)(x+6)=4x-3$ ← かっこを外す例	$\frac{1}{3}x^2+x-6=0$ ← 分数の係数
$x^2+4x-12=4x-3$ ← 左辺を展開する	$x^2+3x-18=0$ ← 両辺に3をかける
$x^2=9$ ← 移項して整理する	$(x+6)(x-3)=0$ ← 因数分解する
$x=\pm 3$ ← 平方根の考え	$x=-6, 3$ ← それぞれ解く
$0.2x^2-0.6x-0.8=0$ ← 小数の係数	
$2x^2-6x-8=0$ ← 両辺に10をかける	
$x^2-3x-4=0$ ← 両辺を2でわる	
$(x-4)(x+1)=0$ ← 因数分解する	
$x=4, -1$ ← それぞれ解く	

置きかえ $(x+3)^2-2(x+3)-8=0$ は、同じ式 $x+3$ を A とおきます。

$A^2-2A-8=0$	← $x+3$ を A とおく
$(A-4)(A+2)=0$	← 因数分解する
$A=4, -2$	← それぞれ解く

$x+3=4$ または $x+3=-2$	← A を $x+3$ にもどす
$x=1, -5$	← 3を移項する（ A の値で止めない）

× $(x-2)(x+6)=4x-3$ で $x-2=4x-3$ などとする ○ 右辺が0になってから
 × $\frac{1}{3}x^2$ だけに3をかける ○ 両辺のすべての項にかける

合言葉 「まず整理、次に因数分解 → 平方根 → 解の公式」

11 解が分かっているときは？ — 解を代入して、文字の方程式に

このページのゴール 2次方程式の解の1つから、式の中の文字の値と、もう1つの解を求められる

- ① 分かっている解を x に代入する
 - ② a の1次方程式を解く
 - ③ a をもとの式に入れて、2次方程式を解く
 - ④ もう1つの解を答える

① 文字が x の係数にあるとき

$x^2 + ax - 54 = 0$ の解の1つが 6 のとき、 a の値ともう1つの解を求めます。

$$6^2 + a \times 6 - 54 = 0 \quad \leftarrow x=6 \text{ を代入する}$$

$$36 + 6a - 54 = 0 \quad \leftarrow \text{計算する}$$

$$6a = 18 \quad \leftarrow \text{数を右辺に移項する}$$

a=3 ← 両辺を6でわる

$$x^2 + 3x - 54 = 0 \quad \leftarrow a=3 \text{ を入れた方程式}$$

$$(x+9)(x-6)=0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$x = -9, 6$ ← もう1つの解は -9 (6が出てくるので確かめになる)

文字が数の項にあるとき： $x^2-5x+a=0$ の解の1つが 2 のとき、 a ともう1つの解を求めます。

$$2^2 - 5 \times 2 + a = 0 \quad \leftarrow x^2 - 5x + a = 0 \text{ に } x=2 \text{ を代入する}$$

$$4 - 10 + a = 0 \quad \leftarrow \text{計算する}$$

a=6 ← 6 を移項する

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \leftarrow a=6 \text{ を入れた方程式}$$

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$x=2, 3$ ← もう1つの解は 3

② 2つの解が分かっているとき

$x^2+ax+b=0$ の解が -2 と 5 のとき、 a 、 b の値を求めます。 x^2 の係数が 1 で、 $x=-2$ になる式は $x+2$ 、 $x=5$ になる式は $x-5$ なので、 $(x+2)(x-5)=0$ です。

$(x+2)(x-5)$ ← 解が -2 と 5 になる式

$$=x^2-3x-10 \quad \leftarrow \text{展開する}$$

$x^2-3x-10=0$ と $x^2+ax+b=0$ をくらべて、 **$a=-3$ 、 $b=-10$** です。

× $a=3$ で終わる、もう1つの解を 6 と答える ○ -9 (6 は分かっていた解)

$\times (x+2)(x-5)=0$ を、解が 2 と -5 とする ○ $x+2=0$ から $x=-2$

合言葉 「分かっている解は、まず代入」

12 2次方程式で問題を解くには？ ― 解が問題に合うか確かめる

このページのゴール 2次方程式を使って問題を解く手順を言い、問題に合わない解を除いて答えられる

① 手順

- ① 何を x にするか決める（単位も）
- ② 数量を x の式で表し、方程式をつくる
- ③ 方程式を解く
- ④ 解が問題に合っているか確かめる（負の数・範囲の外・自然数でないものを除く）
- ⑤ 答える（単位をつける）

② 畑に通路をつくる

縦 16m、横 24m の長方形の土地に、同じ幅の通路を縦に1本・横に1本つくり、残りを畑にします。畑の面積を 308m^2 にするには、通路の幅を何 m にすればよいですか。



左の図の斜線が通路です。通路を端に寄せても、畑を切って寄せ集めるだけなので、畑の面積は変わりません（右の図）。畑は縦 $(16-x)$ m、横 $(24-x)$ m の長方形になります。

通路の幅を x m とします。通路は土地の縦 16m の中に入るので、 $0 < x < 16$ です。

$$(16-x)(24-x) = 308 \quad \leftarrow \text{畑の縦} \times \text{横} = \text{面積}$$

$$384 - 40x + x^2 = 308 \quad \leftarrow \text{左辺を展開する}$$

$$x^2 - 40x + 76 = 0 \quad \leftarrow \text{移項して整理する}$$

$$(x-2)(x-38) = 0 \quad \leftarrow \text{左辺を因数分解する}$$

$$\mathbf{x=2} \quad \leftarrow x=2, 38. 0 < x < 16 \text{ だから } x=2$$

38m は土地の縦 16m より長いので、問題に合いません。答え **2m** 確かめ： $(16-2)(24-2) = 308$

× $x=2, 38$ の両方を答える ○ 範囲に合う $x=2$ だけ

合言葉 「解いたら、問題に合うか確かめる」

13 数の問題は？ — 自然数などの条件で、解を選ぶ

このページのゴール 数の問題を2次方程式に表し、自然数などの条件に合う解を選ぶ

① 連続する自然数

連続する2つの自然数があり、それぞれを2乗した数の和が85のとき、2つの自然数を求めます。小さいほうを n とすると、大きいほうは $n+1$ です。

$$n^2 + (n+1)^2 = 85 \quad \leftarrow \text{方程式}$$

$$2n^2 + 2n + 1 = 85 \quad \leftarrow \text{左辺を展開する}$$

$$2n^2 + 2n - 84 = 0 \quad \leftarrow \text{移項して整理する}$$

$$n^2 + n - 42 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

$$(n+7)(n-6) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$$n = -7, 6 \quad \leftarrow \text{それぞれ解く}$$

n は自然数なので $n=6$ 。2つの自然数は **6 と 7** です（確かめ： $6^2 + 7^2 = 85$ ）。

② 「～より□小さい」の式の作り方

先に、どちらが大きいかを決めます。小さいほう＝大きいほう－□、大きいほう＝小さいほう＋□です。たとえば12は52より40小さいので、 $12 = 52 - 40$ 、 $52 = 12 + 40$ と表せます。

③ 間違えて計算した問題

ある自然数 n を、2乗しなければならなかったところを間違えて3倍したため、計算の結果は本来の結果より40だけ小さくなりました。 n を求めます。

本来の結果は n^2 、間違えた結果は $3n$ です。間違えた結果のほうが小さいので、「間違えた結果＝本来の結果－40」と表せます。

$$3n = n^2 - 40 \quad \leftarrow \text{間違えた結果＝本来の結果－40}$$

$$0 = n^2 - 3n - 40 \quad \leftarrow \text{すべての項を右辺に移項する}$$

$$n^2 - 3n - 40 = 0 \quad \leftarrow \text{左右を入れかえる}$$

$$(n-8)(n+5) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$$n = 8, -5 \quad \leftarrow \text{それぞれ解く}$$

n は自然数なので $n=8$ 。**答え 8**（確かめ： $8^2 - 8 \times 3 = 40$ 。 $64 - 24 = 40$ で、本来の結果64より40小さい24になっています）

× $3n - n^2 = 40$ とする ○ 本来の結果 n^2 のほうが大きいので $3n = n^2 - 40$

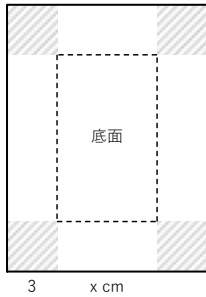
× $n = -5$ も答える ○ 自然数なので $n=8$ だけ

合言葉 「自然数なら、負の解は除く」

14 紙で作る容器の問題は？ — 図に長さを書きこんで、範囲を決める

このページのゴール 長方形の紙から作る直方体の容器の問題を2次方程式に表し、範囲に合う解を選ぶ

① 問題と図



縦が横より 4cm 長い長方形の紙の四すみから、1辺 3cm の正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器を作ったところ、容積が 180cm^3 になりました。紙の横の長さは何 cm ですか。

紙の横を $x\text{ cm}$ とすると、縦は $(x+4)\text{ cm}$ です。底面の横は両側から 3cm ずつ切るので $(x-6)\text{ cm}$ 、縦は $(x+4-6) = (x-2)\text{ cm}$ 、高さは 3cm です。底面の横 $x-6$ が正なので、 $x > 6$ です。

② 数で試す表

x を決めると、容積 $y\text{ (cm}^3\text{)}$ は $y = 3(x-6)(x-2)$ で求められます。

x	7	8	10	12	14
y	15	36	96	180	288

表では $x=12$ のとき 180 になります。いつも表で見つかるとは限らないので、方程式をつくって解きます。

③ 方程式をつくって解く

$$3(x-6)(x-2) = 180 \quad \leftarrow \text{容積} = \text{底面積} \times \text{高さ}$$

$$(x-6)(x-2) = 60 \quad \leftarrow \text{両辺を3でわる}$$

$$x^2 - 8x + 12 = 60 \quad \leftarrow \text{左辺を展開する}$$

$$x^2 - 8x - 48 = 0 \quad \leftarrow \text{移項して整理する}$$

$$(x-12)(x+4) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$$x = 12, -4 \quad \leftarrow \text{それぞれ解く}$$

$x > 6$ なので $x = 12$ 。答え 12cm

確かめ：底面は横 $12-6=6\text{cm}$ 、縦 $12-2=10\text{cm}$ で、高さ 3cm。 $6 \times 10 \times 3 = 180$ で、容積が合います。

× 底面の横を $x-3$ とする ○ 両側から 3cm ずつ切るので $x-6$

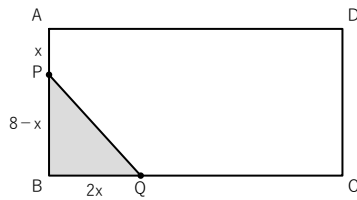
× $x > 0$ だけで確かめる ○ $x-6 > 0$ から $x > 6$

合言葉 「切り取る長さは、両側で2つ分」

15 動く点の問題は？ — x 秒後の長さを x の式で表し、範囲を先に書く

このページのゴール 動く点の問題で、長さを x の式で表して方程式をつくり、範囲に合う解を選ぶ

① 三角形の面積



AB=8cm、BC=16cm の長方形 ABCD。点 P は A を出発して辺 AB 上を B まで毎秒 1cm、点 Q は B を出発して辺 BC 上を C まで毎秒 2cm の速さで、同時に動きます。△PBQ の面積が 15cm² になるのは何秒後ですか。

x 秒後とすると、AP=x、PB=8-x、BQ=2x です。P が B に着くのも、Q が C に着くのも 8 秒後なので、 $0 < x < 8$ です。

$$\frac{1}{2} \times 2x \times (8-x) = 15 \quad \leftarrow \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times BQ \times PB$$

$$x(8-x) = 15 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \times 2x = x$$

$$8x - x^2 = 15 \quad \leftarrow \text{左辺を展開する}$$

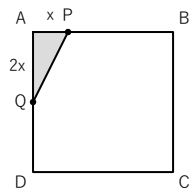
$$x^2 - 8x + 15 = 0 \quad \leftarrow \text{移項して整理する}$$

$$(x-3)(x-5) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解する}$$

$$x = 3, 5 \quad \leftarrow \text{それぞれ解く}$$

3 も 5 も $0 < x < 8$ に合います。答え 3秒後と5秒後 (2つとも問題に合うこともあります)。

② 全体からまわりをひく



1辺 10cm の正方形 ABCD。点 P は A から辺 AB 上を毎秒 1cm、点 Q は A から辺 AD 上を毎秒 2cm で同時に動き、Q が D に着いたら P も止まります。四角形 PBCDQ の面積が 91cm² になるのは何秒後ですか。x 秒後とすると AP=x、AQ=2x です。Q が D に着くのは 5 秒後で、P が B に着く 10 秒後より先なので、 $0 < x \leq 5$ です。△APQ = $\frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$ です。

$$100 - x^2 = 91 \quad \leftarrow \text{四角形 PBCDQ} = \text{正方形} - \triangle APQ$$

$$x^2 = 9 \quad \leftarrow \text{移項して整理する}$$

$$x = \pm 3 \quad \leftarrow \text{平方根の考え}$$

$0 < x \leq 5$ なので $x = 3$ 。答え 3秒後

× $x = -3$ も答える ○ $0 < x \leq 5$ に合う 3 だけ

× 範囲を書かずに解き、Q が D に着いたあとの解も答える ○ 先に範囲を書いておく

合言葉 「直接求められない面積は、全体からひく」

確認問題 ① 2次方程式と解・平方根の考え

答えと解き方は20～23ページ（10・12枚目の紙）にあります。途中式は、問題のわくの中にも書きましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 2次方程式と解 【2ページ】

(1) 次のア～ウのうち、2次方程式をすべて選びなさい。

ア $x^2 - 4 = 3x$

イ $(x + 2)(x - 5) = x^2 + 4$

ウ $(x - 1)^2 = 2x + 6$

(2) 次の $-7, -2, 0, 2, 7$ のうち、方程式 $x^2 + 5x - 14 = 0$ の解をすべて選びなさい。

(3) $x = -10$ は、方程式 $x^2 + 8x - 20 = 0$ の解ですか。x に -10 を代入して調べ、解である・解でないのどちらかで答えなさい。

2 平方根の考え① ($x^2 = \square$) 【3ページ】

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 361$

(2) $6x^2 = 42$

(3) $9x^2 - 25 = 0$

(4) $x^2 - 32 = 0$

3 平方根の考え② ($(x + m)^2 = n$) 【4ページ】

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x - 4)^2 = 10$

(2) $(x + 2)^2 = 12$

(3) $(x - 7)^2 = 4$

(4) $(x - 3)^2 - 18 = 0$

確認問題 ② $(x+m)^2=n$ の形に変える・解の公式

4 $(x+m)^2=n$ の形に変えて解く 【5・6ページ】

次の方程式を、 $(x+m)^2=n$ の形に変えて解きなさい。

(1) $x^2+10x+13=0$

(2) $x^2-8x-5=0$

(3) $x^2+7x+2=0$

5 解の公式で解く 【7・8ページ】

次の方程式を、解の公式を使って解きなさい。

(1) $3x^2+7x+1=0$

(2) $x^2+6x-4=0$

(3) $3x^2-8x+2=0$

(4) $6x^2-x-2=0$

(5) $x^2-5x-2=0$

確認問題 ③ 因数分解・いろいろな2次方程式・解が分かっているとき

6 因数分解で解く 【9ページ】

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 9x + 18 = 0$

(2) $x^2 + 2x - 35 = 0$

(3) $x^2 - 20x + 100 = 0$

(4) $x^2 = -5x$

(5) $(3x + 5)(x - 2) = 0$

(6) $x^2 - 81 = 0$

7 いろいろな2次方程式 【10ページ】

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x - 3)(x + 5) = -7$

(2) $x^2 + 2x = 5x - 2$

(3) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 6 = 0$

(4) $0.1x^2 - 0.5x - 0.6 = 0$

(5) $(x - 1)^2 - 5(x - 1) + 6 = 0$

8 解が分かっているとき 【11ページ】

(1) 2次方程式 $x^2 + ax - 28 = 0$ の解の1つが 4 であるとき、 a の値ともう1つの解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が 3 と -4 であるとき、 a 、 b の値を求めなさい。

確認問題④ 利用（数・図形・動く点）

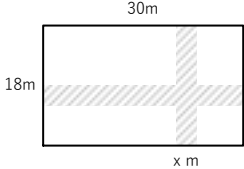
9 利用：数【13ページ】

(1) 続いた2つの自然数を、それぞれ2乗して加えると 145 になります。この2つの自然数を求めなさい。

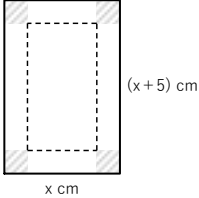
(2) ある自然数 n を、2乗しなければならないところを間違えて10倍したため、計算の結果は本来の結果より 24 だけ大きくなりました。 n をすべて求めなさい。

10 利用：図形【12・14ページ】

(1) 縦 18m、横 30m の長方形の土地に、同じ幅の道を縦に1本・横に1本つくり、残りを畑にします。畑の面積を 405m^2 にするには、道の幅を何 m にすればよいですか。【12ページ】

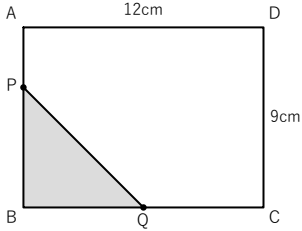


(2) 縦が横より 5cm 長い長方形の紙の四すみから、1辺 2cm の正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器を作ったところ、容積が 132cm^3 になりました。紙の横の長さは何 cm ですか。【14ページ】



11 利用：動く点【15ページ】

(1) $AB=9\text{cm}$ 、 $BC=12\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ があります。点 P は A を出発して辺 AB 上を B まで毎秒 1cm 、点 Q は B を出発して辺 BC 上を C まで毎秒 2cm の速さで、同時に動きます。 Q が C に着いたら、 P も止まります。 $\triangle PBQ$ の面積が 14cm^2 になるのは、出発してから何秒後ですか。



確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字の行が答え、【 】は読み直すページです。

1 2次方程式と解 【2ページ】

- (1) $x^2 - 4 = 3x \leftarrow \text{ア}$
 $x^2 - 3x - 4 = 0 \leftarrow \text{移項して整理する。} x^2 \text{が残る}$
 $(x+2)(x-5) = x^2 + 4 \leftarrow \text{イ}$
 $x^2 - 3x - 10 = x^2 + 4 \leftarrow \text{左辺を展開する}$
 $-3x - 14 = 0 \leftarrow \text{移項して整理する。} x^2 \text{が消える}$
 $(x-1)^2 = 2x + 6 \leftarrow \text{ウ}$
 $x^2 - 2x + 1 = 2x + 6 \leftarrow \text{左辺を展開する}$
 $x^2 - 4x - 5 = 0 \leftarrow \text{移項して整理する。} x^2 \text{が残る}$
ア、ウ（イは1次方程式）
- (2) x に代入すると
- | | | | | | |
|---|----|-----|-----|---|----|
| x | -7 | -2 | 0 | 2 | 7 |
| y | 0 | -20 | -14 | 0 | 70 |
- 0 になるのは $x = -7$ と $x = 2$ なので、**-7, 2**
- (3) $(-10)^2 + 8 \times (-10) - 20 - x = -10$ を代入する（負の数はかっこをつける）
 $= 100 - 80 - 20 \leftarrow \text{計算する}$
 $= 0 \leftarrow 0 \text{ になるので、解である}$

2 平方根の考え① ($x^2 = \square$) 【3ページ】

- (1) $x^2 = 361$
 $x = \pm 19 \leftarrow 361 \text{ の平方根だから}$
確かめ $(x = -19) : (-19)^2 = 361 \bigcirc$
- (2) $6x^2 = 42$
 $x^2 = 7 \leftarrow \text{両辺を6でわる}$
 $x = \pm \sqrt{7} \leftarrow 7 \text{ の平方根だから}$
- (3) $9x^2 - 25 = 0$
 $9x^2 = 25 \leftarrow -25 \text{ を右辺に移項する}$
 $x^2 = \frac{25}{9} \leftarrow \text{両辺を9でわる}$
 $x = \pm \frac{5}{3} \leftarrow (\frac{5}{3})^2 = \frac{25}{9} \text{ だから}$
確かめ $(x = \frac{5}{3}) : 9 \times (\frac{5}{3})^2 - 25 = 0 \bigcirc$
- (4) $x^2 - 32 = 0$
 $x^2 = 32 \leftarrow -32 \text{ を右辺に移項する}$
 $x = \pm \sqrt{32} \leftarrow 32 \text{ の平方根だから}$
 $x = \pm 4\sqrt{2} \leftarrow \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

3 平方根の考え② ($(x+m)^2 = n$) 【4ページ】

- (1) $(x-4)^2 = 10$
 $x-4 = \pm \sqrt{10} \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x = 4 \pm \sqrt{10} \leftarrow -4 \text{ を右辺に移項する}$

- (2) $(x+2)^2 = 12$
 $x+2 = \pm \sqrt{12} \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x+2 = \pm 2\sqrt{3} \leftarrow \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $x = -2 \pm 2\sqrt{3} \leftarrow -2 \text{ を右辺に移項する}$
- (3) $(x-7)^2 = 4$
 $x-7 = \pm 2 \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x-7 = 2 \text{ または } x-7 = -2 \leftarrow 2 \text{ つに分ける}$
 $x = 9, 5 \leftarrow \text{それぞれ } -7 \text{ を移項する}$
確かめ $(x=5) : (5-7)^2 = 4 \bigcirc$
- (4) $(x-3)^2 - 18 = 0$
 $(x-3)^2 = 18 \leftarrow -18 \text{ を右辺に移項する}$
 $x-3 = \pm \sqrt{18} \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x-3 = \pm 3\sqrt{2} \leftarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 $x = 3 \pm 3\sqrt{2} \leftarrow -3 \text{ を右辺に移項する}$

4 $(x+m)^2 = n$ の形に変えて解く 【5・6ページ】

- (1) $x^2 + 10x + 13 = 0$
 $x^2 + 10x = -13 \leftarrow -13 \text{ を右辺に移項する}$
 $x^2 + 10x + 25 = -13 + 25 \leftarrow -10 \text{ の半分 } 5 \text{ の2乗 } 25 \text{ を両辺にたす}$
 $(x+5)^2 = 12 \leftarrow \text{左辺を } (x+5)^2 \text{ の形にする}$
 $x+5 = \pm \sqrt{12} \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x+5 = \pm 2\sqrt{3} \leftarrow \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $x = -5 \pm 2\sqrt{3} \leftarrow -5 \text{ を右辺に移項する}$
- (2) $x^2 - 8x - 5 = 0$
 $x^2 - 8x = 5 \leftarrow -5 \text{ を右辺に移項する}$
 $x^2 - 8x + 16 = 5 + 16 \leftarrow -8 \text{ の半分 } -4 \text{ の2乗 } 16 \text{ を両辺にたす}$
 $(x-4)^2 = 21 \leftarrow \text{左辺を } (x-4)^2 \text{ の形にする}$
 $x-4 = \pm \sqrt{21} \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x = 4 \pm \sqrt{21} \leftarrow -4 \text{ を右辺に移項する}$
- (3) $x^2 + 7x + 2 = 0$
 $x^2 + 7x = -2 \leftarrow -2 \text{ を右辺に移項する}$
 $x^2 + 7x + \frac{49}{4} = -2 + \frac{49}{4} \leftarrow 7 \text{ の半分 } \frac{7}{2} \text{ の2乗 } \frac{49}{4} \text{ を両辺にたす}$
 $(x + \frac{7}{2})^2 = \frac{41}{4} \leftarrow -2 = -\frac{8}{4} \text{ とそろえる}$
 $x + \frac{7}{2} = \pm \sqrt{\frac{41}{4}} \leftarrow \text{平方根の考え}$
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2} \leftarrow -\frac{7}{2} \text{ を移項して1つの分数にする}$

5 解の公式で解く 【7・8ページ】

- (1) $3x^2 + 7x + 1 = 0$ $\leftarrow a=3, b=7, c=1$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6} \leftarrow 49 - 12 = 37$$
- (2) $x^2 + 6x - 4 = 0$ $\leftarrow a=1, b=6, c=-4$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{52}}{2} \leftarrow 36 + 16 = 52$$

$$x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{13}}{2} \leftarrow \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{13} \leftarrow \text{分子の2つの項と分母を2でわる}$$
- (3) $3x^2 - 8x + 2 = 0$ $\leftarrow a=3, b=-8, c=2$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{6} \leftarrow -(-8) = 8, 64 - 24 = 40$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{6} \leftarrow \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3} \leftarrow \text{分子の2つの項と分母を2でわる}$$
- (4) $6x^2 - x - 2 = 0$ $\leftarrow a=6, b=-1, c=-2$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 6 \times (-2)}}{2 \times 6}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{12} \leftarrow 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{1 \pm 7}{12} \leftarrow \sqrt{49} = 7$$

$$x = \frac{2}{3}, -\frac{1}{2} \leftarrow \frac{1+7}{12} = \frac{2}{3}, \frac{1-7}{12} = -\frac{1}{2}$$
 確かめ $(x = \frac{2}{3}) : 6 \times (\frac{2}{3})^2 - \frac{2}{3} - 2 = 0$ ○
- (5) $x^2 - 5x - 2 = 0$ $\leftarrow a=1, b=-5, c=-2$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2} \leftarrow -(-5) = 5, 25 + 8 = 33$$

6 因数分解で解く 【9ページ】

- (1) $x^2 - 9x + 18 = 0$
 $(x-3)(x-6) = 0$ $\leftarrow$ 左辺を因数分解する
 $x-3=0$ または $x-6=0 \leftarrow A=0$ または $B=0$

$$x = 3, 6$$
 $\leftarrow$ それぞれ解く
 確かめ $(x=3) : 3^2 - 9 \times 3 + 18 = 0$ ○
- (2) $x^2 + 2x - 35 = 0$
 $(x+7)(x-5) = 0$ $\leftarrow$ 左辺を因数分解する
 $x+7=0$ または $x-5=0 \leftarrow A=0$ または $B=0$

$$x = -7, 5$$
 $\leftarrow$ それぞれ解く
- (3) $x^2 - 20x + 100 = 0$
 $(x-10)^2 = 0$ $\leftarrow$ 公式③' で因数分解する
 $x-10=0$ $\leftarrow$ 同じかっこが2つ

$$x = 10$$
 $\leftarrow$ 解は1つだけ
- (4) $x^2 = -5x$
 $x^2 + 5x = 0$ $\leftarrow -5x$ を左辺に移項する
 $x(x+5) = 0$ $\leftarrow$ 共通因数 x でくくる
 $x=0$ または $x+5=0 \leftarrow A=0$ または $B=0$

$$x = 0, -5$$
 $\leftarrow$ それぞれ解く
 確かめ $(x=-5) : (-5)^2 = -5 \times (-5)$ ○
- (5) $(3x+5)(x-2) = 0$
 $3x+5=0$ または $x-2=0 \leftarrow A=0$ または $B=0$

$$x = -\frac{5}{3}, 2$$
 $\leftarrow 3x = -5$ から
- (6) $x^2 - 81 = 0$
 $(x+9)(x-9) = 0$ $\leftarrow$ 公式④' で因数分解する
 $x+9=0$ または $x-9=0 \leftarrow A=0$ または $B=0$

$$x = \pm 9$$
 $\leftarrow$ それぞれ解く

7 いろいろな2次方程式 【10ページ】

- (1) $(x-3)(x+5) = -7$
 $x^2 + 2x - 15 = -7$ ←左辺を展開する
 $x^2 + 2x - 8 = 0$ ← -7 を左辺に移項して整理する
 $(x+4)(x-2) = 0$ ←因数分解する
 $x = -4, 2$ ←それぞれ解く
 確かめ $(x=2) : (2-3)(2+5) = -7$ ○
- (2) $x^2 + 2x = 5x - 2$
 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ←右辺を左辺に移項して整理する
 $(x-1)(x-2) = 0$ ←因数分解する
 $x = 1, 2$ ←それぞれ解く
- (3) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 24 = 0$ ←両辺に4をかける
 $(x-6)(x+4) = 0$ ←因数分解する
 $x = 6, -4$ ←それぞれ解く
- (4) $0.1x^2 - 0.5x - 0.6 = 0$
 $x^2 - 5x - 6 = 0$ ←両辺に10をかける
 $(x-6)(x+1) = 0$ ←因数分解する
 $x = 6, -1$ ←それぞれ解く
- (5) $x-1$ をAとおくと、 $(x-1)^2 - 5(x-1) + 6 = 0$ はAの方程式になります。
 $A^2 - 5A + 6 = 0$ ← $x-1$ をAとおく
 $(A-2)(A-3) = 0$ ←因数分解する
 $A = 2, 3$ ←それぞれ解く
 $x-1=2$ または $x-1=3$ ←Aを $x-1$ にもどす
 $x = 3, 4$ ←1を移項する
 確かめ $(x=3) : (3-1)^2 - 5(3-1) + 6 = 0$ ○

8 解が分かっているとき 【11ページ】

- (1) $4^2 + a \times 4 - 28 = 0$ ← $x=4$ を代入する
 $16 + 4a - 28 = 0$ ←計算する
 $4a = 12$ ←数を右辺に移項する
 $a = 3$ ←両辺を4でわる
 $x^2 + 3x - 28 = 0$ ← $a=3$ を入れた方程式
 $(x+7)(x-4) = 0$ ←因数分解する
 $x = -7, 4$ ←もう1つの解は -7 (4が出てくるので確かめになる)
 $a=3$ 、もう1つの解は -7
- (2) 解が3と -4 の方程式は $(x-3)(x+4) = 0$ です。
 $(x-3)(x+4)$ ←解が3と -4 になる式
 $= x^2 + x - 12$ ←展開する
 $x^2 + x - 12 = 0$ と $x^2 + ax + b = 0$ をくらべる。確かめ： $3^2 + 3 - 12 = 0$ 、
 $(-4)^2 - 4 - 12 = 0$ ○
 $a=1$ 、 $b=-12$

9 利用：数 【13ページ】

- (1) 小さいほうの自然数をnとすると、大きいほうは $n+1$ 。
 $n^2 + (n+1)^2 = 145$ ←方程式
 $2n^2 + 2n + 1 = 145$ ←左辺を展開する
 $2n^2 + 2n - 144 = 0$ ←移項して整理する
 $n^2 + n - 72 = 0$ ←両辺を2でわる
 $(n+9)(n-8) = 0$ ←因数分解する
 $n = -9, 8$ ←それぞれ解く
 nは自然数なので $n=8$ 。確かめ： $8^2 + 9^2 = 145$ ○ **答え 8と9**
- (2) 本来の結果は n^2 、間違えた結果は $10n$ 。間違えた結果のほうが24大きいので、
 $10n = n^2 + 24$ 。
 $10n = n^2 + 24$ ←間違えた結果=本来の結果+24
 $0 = n^2 - 10n + 24$ ←すべての項を右辺に移項する
 $n^2 - 10n + 24 = 0$ ←左右を入れかえる
 $(n-4)(n-6) = 0$ ←因数分解する
 $n = 4, 6$ ←それぞれ解く
 4も6も自然数で、どちらも問題に合います。確かめ： $10 \times 4 - 4^2 = 24$ 、
 $10 \times 6 - 6^2 = 24$ ○ **答え n=4, 6**

10 利用：図形 【12・14ページ】

- (1) 道の幅を x m とする ($0 < x < 18$)。畑は縦 $(18-x)$ m、横 $(30-x)$ m の長方形。
 $(18-x)(30-x) = 405$ ←畑の縦×横＝面積
 $540 - 48x + x^2 = 405$ ←左辺を展開する
 $x^2 - 48x + 135 = 0$ ←移項して整理する
 $(x-3)(x-45) = 0$ ←因数分解する
 $x=3$ ← $x=3, 45$ 。 $0 < x < 18$ だから
確かめ： $(18-3)(30-3) = 405$ ○ **答え 3m**
- (2) 紙の横を x cm とすると、縦は $(x+5)$ cm。底面は横 $(x-4)$ cm、縦 $(x+1)$ cm、高さ 2cm。 $x-4 > 0$ から $x > 4$ 。
 $2(x-4)(x+1) = 132$ ←容積＝底面積×高さ
 $(x-4)(x+1) = 66$ ←両辺を2でわる
 $x^2 - 3x - 4 = 66$ ←左辺を展開する
 $x^2 - 3x - 70 = 0$ ←移項して整理する
 $(x-10)(x+7) = 0$ ←因数分解する
 $x=10, -7$ ←それぞれ解く
 $x > 4$ なので $x=10$ 。確かめ： $2 \times (10-4) \times (10+1) = 132$ ○ **答え 10cm**

11 利用：動く点 【15ページ】

- (1) x 秒後とすると、 $PB=9-x$ 、 $BQ=2x$ 。 Q が C に着くのは $12 \div 2 = 6$ 秒後なので、 $0 < x \leq 6$ 。
 $\frac{1}{2} \times (9-x) \times 2x = 14$ ← $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \times PB \times BQ$
 $x(9-x) = 14$ ← $\frac{1}{2} \times 2x = x$
 $9x - x^2 = 14$ ←左辺を展開する
 $x^2 - 9x + 14 = 0$ ←移項して整理する
 $(x-2)(x-7) = 0$ ←因数分解する
 $x=2, 7$ ←それぞれ解く
 $0 < x \leq 6$ なので $x=2$ ($x=7$ は Q が C に着いたあとなので合いません)。確かめ：
 $PB=7$ 、 $BQ=4$ で $\frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14$ ○ **答え 2秒後**