

1 全体像	2・3 確率の求め方	4～7 樹形図で数える	8～10 表で数える・起こらない確率	11～13 確率で説明する
-------	------------	-------------	--------------------	---------------

1
 確率の全体像 ― 起こりやすさを、場合の数から求める

このページのゴール
 この章で学ぶ確率の求め方・樹形図と表での数え方・起こらない確率・確率による説明が、どんなことかを、ざっと言える

①
 くじは、先にひく方が当たりやすい？

3本のうち1本が当たりのくじを、A、B、Cの3人がこの順に1本ずつひきます（ひいたくじは戻しません）。先にひく方が当たりやすいでしょうか。それとも、あの方が当たりやすいでしょうか。実験をくり返さなくても、場合の数を数えれば答えが出せます。答えは11ページです。

②
 中1の確率と、この章の確率

	確率の調べ方	例
中1	実験をくり返し、相対度数から調べる	ペットボトルのキャップを投げて、向きを調べる
この章	実験をしなくて、場合の数から求める	さいころ・硬貨・くじなど

さいころ・硬貨・くじのように、どの場合が起こることも同じ程度と考えられるときは、実験をしなくても、**場合の数**（ことがらの起こり方が何通りあるか）から確率を求められます。

③
 この章で学ぶこと

確率の求め方
 場合の数から確率を出す
 くわしくは 2・3ページ

さいころで6の約数の目が出る確率のように、 $\frac{\text{あてはまる場合の数}}{\text{全部の場合の数}}$ で求めます。

樹形図で数える
 もれなく重なりなく数える
 くわしくは 4～7ページ

硬貨を投げる・カードを並べる・玉を取り出す場面で、全部の場合を樹形図にかいて数えます。

表で数える・起こらない確率
 2つのさいころと「少なくとも」
 くわしくは 8～10ページ

2つのさいころを6×6の表で数えます。「少なくとも1つは」の確率は、1 から「1つもない確率」をひいて求めます。

確率で説明する
 確率をくらべて言いきる
 くわしくは 11～13ページ

くじの順番・どちらが起こりやすいか・ゲームが公平かを、確率をくらべて説明します。

この単元の解説記事（図と例題つき）：[かてきょノート \(katekyo-note.com\)](https://katekyo-note.com/)
<https://katekyo-note.com/%e3%80%90e4%b8%ad2%e6%95%b0%e5%ad%a6%e3%80%91e7%a2%ba%e7%8e%87e3%81%ae%e8%a6%81e7%82%b9%e3%81%be%e3%81%a8e3%82%81ef%bd%9c%e>

1 全体像	2・3 確率の求め方	4～7 樹形図で数える	8～10 表で数える・起こらない確率	11～13 確率で説明する
-------	------------	-------------	--------------------	---------------

2 確率はどう求める？ — あてはまる場合の数を、全部の場合の数でわる

このページのゴール 同様に確からしいことを確かめ、確率を $\frac{a}{n}$ で求められる

① 同様に確からしい

1つのさいころを投げるとき、1～6 のどの目が出ることも、同じ程度に期待できる。このとき、どの目が出ることも同様に確からしいという

② 確率の求め方

起こりうる場合が全部で n 通りあり、そのどれが起こることも同様に確からしいとする。そのうち、ことがら A の起こる場合が a 通りあるとき、 A の起こる確率 p は $p = \frac{a}{n}$

- ① 全部の場合の数 n を数える
- ② あてはまる場合の数 a を数える
- ③ $\frac{a}{n}$ を約分する

③ 例

例1 さいころを1個投げて、6の約数の目が出る確率。全部の場合は 1～6 の6通り。あてはまるのは 1、2、3、6 の4通りです。

例2 1～12 の12枚のカードから1枚ひいて、4の倍数の確率。全部の場合は12通り。あてはまるのは 4、8、12 の3通りです。

$$\frac{4}{6}$$

← あてはまる ÷ 全部

$$= \frac{2}{3}$$

← 約分する

$$\frac{3}{12}$$

← あてはまる ÷ 全部

$$= \frac{1}{4}$$

← 約分する

例3 赤玉4個・白玉3個・青玉1個の袋から1個取り出して、白玉が出る確率。玉は1個ずつちがう物なので、全部の場合は $4+3+1=8$ で8通りです。あてはまるのは白玉3個の3通りです。

$$\frac{3}{8}$$

← あてはまる ÷ 全部

$$= \frac{3}{8}$$

← これ以上約分できない

× 赤・白・青の3通りなので、白玉が出る確率を $\frac{1}{3}$ とする ○ 玉は1個ずつ区別して8通りなので $\frac{3}{8}$
 × $\frac{4}{6}$ で止める ○ $\frac{2}{3}$ まで約分する

合言葉 「確率は $\frac{\text{あてはまる場合の数}}{\text{全部の場合の数}}$ 」

3 確率はどんな数になる？ — 0 から 1 までの数

このページのゴール 確率の値の範囲と、確率の意味を正しく言える

① 確率の範囲

確率 p は、 a が 0 以上 n 以下だから $0 \leq p \leq 1$ になる。 $p=0$ は決して起こらないこと、 $p=1$ は必ず起こることを表す

p の値	意味	さいころ1個の例（全部の場合は6通り）
$p=0$	決して起こらない	7の目が出る：あてはまるのは0通り $\frac{0}{6}=0$
$0 < p < 1$	起こることも、起こらないこともある	偶数の目が出る：2、4、6の3通り $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
$p=1$	必ず起こる	6以下の目が出る：6通りすべて $\frac{6}{6}=1$

たとえば全部の場合が6通りのとき、あてはまる場合 a は 0 通りから6通りのどれかなので、確率は $\frac{0}{6}$ から $\frac{6}{6}$ まで、つまり 0 から 1 までの数になります。1 より大きい答えや、負の答えが出たときは、数えまちがいです。

② 確率が大きいほど、起こりやすい

さいころを1個投げるとき、偶数の目が出る確率は $\frac{1}{2}$ 、1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ です。 $\frac{1}{2}$ の方が大きいので、偶数の目の方が起こりやすいといえます。確率の大きさで、起こりやすさをくらべられます（くわしくは12ページ）。

③ 確率の意味

さいころを投げて1の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ だとは、投げる回数を多くしていくと、1の目が出る相対度数が $\frac{1}{6}$ に近づく、ということです（中1の、実験から求めた確率とつながります）。6回投げて、ちょうど1回出るとは限りません。硬貨を投げて表が出る確率が $\frac{1}{2}$ だとは、投げる回数を多くしていくと、表が出る相対度数が $\frac{1}{2}$ に近づく、ということです。

×さいころを6回投げると、1の目は必ず1回出る ○ 1回も出ないことも、2回以上出ることもある

×硬貨を3回投げて3回とも表が出たので、4回目は裏が出やすい ○ 4回目も、表が出る確率は $\frac{1}{2}$ （硬貨は前の結果をおぼえていない）

合言葉 「確率は 0 以上 1 以下」

4

全部の場合を、もれなく数えるには？ — 樹形図をかく

このページのゴール

樹形図をかくて全部の場合を数え、確率を求められる

①

3通りで数える？

2枚の硬貨を同時に投げるとき、「2枚とも表」「1枚表で1枚裏」「2枚とも裏」の3通りと考えると、1枚表で1枚裏になる確率は $\frac{1}{3}$ になりそうです。ところが、実験をくり返すと、1枚表で1枚裏になる相対度数は $\frac{1}{2}$ に近づきます。どこがまちがっているのでしょうか。

②

硬貨を区別して数える

A

B

表

裏

表

裏

2枚の硬貨を A、B と区別します。表と裏の出方を枝分かれの図にすると、全部の場合は表表・表裏・裏表・裏裏の4通りです。1枚表で1枚裏は、○ をつけた2通りです。

$\frac{2}{4}$

← あてはまる ÷ 全部

$= \frac{1}{2}$

← 約分する

3通りの考え方では、「表裏」と「裏表」を1つにしていました。この3通りは、同様に確からしくありません。

枝分かれした図を樹形図という。全部の場合を、もれなく重なりなく数えられる

③

硬貨が3枚のとき

1枚目

2枚目

3枚目

表

裏

表

裏

表

裏

表

裏

3枚の硬貨を投げます。全部の場合は $2 \times 2 \times 2 = 8$ で8通りです。3枚とも表になるのは、1通りです。

$\frac{1}{8}$

← 3枚とも表

$= \frac{1}{8}$

← これ以上約分できない

3枚とも同じ面（表表表・裏裏裏）になるのは、○ をつけた2通りです。

$\frac{2}{8}$

← あてはまる ÷ 全部

$= \frac{1}{4}$

← 約分する

ちょうど2枚が表になるのは、表表裏・表裏表・裏表表の3通りです。

$\frac{3}{8}$

← あてはまる ÷ 全部

$= \frac{3}{8}$

← これ以上約分できない

× 2枚の硬貨の全部の場合を、区別せずに3通りとする

○ A、B と区別して4通りとする

合言葉

「同じ物も区別して、樹形図でもれなく」

5 並べ方は何通り？ — 順番がちがえば別の場合

このページのゴール 人の並び方や2けたの整数のように、順番のある並べ方を樹形図で数えられる

① 並べ方

左 真ん中 右

A $\begin{cases} B \\ C \end{cases}$ $\begin{cases} C \\ B \end{cases}$

B $\begin{cases} A \\ C \end{cases}$ $\begin{cases} C \\ A \end{cases}$

C $\begin{cases} A \\ B \end{cases}$ $\begin{cases} B \\ A \end{cases}$

A、B、Cの3人が、左・真ん中・右の順に1列に並びます。左の人を決め、次に真ん中、最後に右の人を決める樹形図をかくと、全部の場合は6通りです。

並べ方では、順番がちがえば別の場合として数えます（ABC と ACB は別）。

② 2けたの整数

1、2、3、4の4枚から2枚を続けて取り出し、十の位・一の位の順に並べて2けたの整数をつくります。十の位が4通り、それぞれの一の位が3通りで、全部 $4 \times 3 = 12$ で12通りです。偶数（一の位が2か4）は○の6通りです。

十の位 一の位

1 $\begin{cases} 2 \text{○} \\ 3 \\ 4 \text{○} \end{cases}$

2 $\begin{cases} 1 \\ 3 \\ 4 \text{○} \end{cases}$

3 $\begin{cases} 1 \\ 2 \text{○} \\ 4 \text{○} \end{cases}$

4 $\begin{cases} 1 \\ 2 \text{○} \\ 3 \end{cases}$

$\frac{6}{12}$

← あてはまる ÷ 全部

$= \frac{1}{2}$

← 約分する

③ 0 があるとき

0、1、2、3の4枚でつくと、十の位に0は置けません（03は2けたの整数ではない）。十の位は1、2、3の3通り、それぞれの一の位はのこりの3通りで、全部 $3 \times 3 = 9$ で9通りです。

十の位 一の位

1 $\begin{cases} 0 \\ 2 \\ 3 \end{cases}$

2 $\begin{cases} 0 \\ 1 \\ 3 \end{cases}$

3 $\begin{cases} 0 \\ 1 \\ 2 \end{cases}$

$\times 4 \times 3 = 12$ とする

○ 十の位に0は置けないので $3 \times 3 = 9$

④ 役を決める

A、B、C、Dの4人から、委員長と副委員長を1人ずつ選びます。委員長が4通り、それぞれの副委員長がのこりの3通りで、全部 $4 \times 3 = 12$ で12通りです。「委員長A・副委員長B」と「委員長B・副委員長A」は、別の場合です。Aが委員長か副委員長になるのは、委員長がAの3通りと、副委員長がAの3通りで、 $3 + 3 = 6$ で6通り、確率は $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ です。

合言葉 「順番があるなら、入れかえた物も別に数える」

6 同時に選ぶときは？ — AB と BA は同じ1通り

このページのゴール
順番の無い選び方を、樹形図で重ならないように数えられる

① 代表を選ぶ

A、B、C、Dの4人から、代表を2人選びます。5ページの委員長と副委員長では「A と B」と「B と A」を別に数えて12通りでした。でも代表は、A と B も B と A も同じ組です。

A
B
C
D

B
C
D

C
D

樹形図では、前に出た人を後ろにかきません（B の枝に A はかかない）。全部の場合は6通りで、12通りの半分です。

② カードから同時に2枚

1
2
3
4
5

3
4
5

4
5

5

1〜5 の5枚のカードから同時に2枚取り出します。全部の場合は $4+3+2+1=10$ で10通りです。2枚の数の和が6以上になるのは、○をつけた 1 と $5 \cdot 2$ と $4 \cdot 2$ と $5 \cdot 3$ と $4 \cdot 3$ と $5 \cdot 4$ と 5 の6通りです。

6

10

← あてはまる ÷ 全部

3

5

← 約分する

並べ方で数えても、全部 $5 \times 4 = 20$ 、和が6以上 $6 \times 2 = 12$ で $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ と同じです。分母と分子の数え方は、そろえます。

③ 選ばない人を考える

4人から3人を選ぶ選び方は、選ばれない1人を選ぶのと同じなので、4通りです（ABC・ABD・ACD・BCD）。A と B がどちらも選ばれるのは ABC・ABD の2通りで、 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ です。5人から3人なら、選ばれない2人の組と同じ数で、②と同じ10通りです。

④ 正方形の頂点を結ぶ

A
B
D
C

正方形 ABCD の4つの頂点から2つを選んで結ぶ線分は、全部で $3+2+1=6$ で6通りです。辺が4本、対角線が AC と BD の2本なので、対角線になる確率は、次のとおりです。

2

6

← 対角線の2通り ÷ 全部

1

3

← 約分する

合言葉 「同時に選ぶなら、AB と BA は同じ」

7 玉の取り出し方で確率は変わる？ ― 戻すかどうかで数が変わる

このページのゴール 同時に・戻さずに・戻しての取り出し方で、全部の場合の数を数えられる

袋に赤玉1個・白玉3個が入っています。玉は、赤、白1、白2、白3 と区別します。2個の取り出し方には、次の3つがあります。

ア 同時に2個取り出す イ 1個取り出し、戻さずにもう1個 ウ 1個取り出して戻し、もう1個

① 全部の場合の数

ウ（戻す）1個目も2個目も4通りなので、 $4 \times 4 = 16$ で16通りです。表の行が1個目、列が2個目です。

1個目＼2個目	赤	白1	白2	白3
赤				
白1		○	○	○
白2		○	○	○
白3		○	○	○

イ（戻さない）同じ玉が2回出るマス（濃い灰色）は起こらないので、 $16 - 4 = 12$ で12通りです。

1個目＼2個目	赤	白1	白2	白3
赤	－			
白1		－	○	○
白2		○	－	○
白3		○	○	－

赤 $\begin{cases} \text{白1} \\ \text{白2} \\ \text{白3} \end{cases}$ **ア（同時に）**「赤と白1」と「白1と赤」は同じ組なので、樹形図は前に出た玉を後ろにかきません。全部の場合は6通りで、イの12通りの半分です。

白1 $\begin{cases} \text{白2} \text{○} \\ \text{白3} \text{○} \end{cases}$ 表の ○ と、樹形図の ○ は、2個とも白玉になる場合です。

白2 — 白3 ○

② 2個とも白玉になる確率

取り出し方	全部の場合	2個とも白玉	確率（約分する）
ア 同時に	6通り	3通り	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
イ 戻さずに	12通り	6通り	$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
ウ 戻して	16通り	9通り	$\frac{9}{16}$

2個とも白玉のように、取り出す順番を問わないことがらでは、アとイは同じ確率になります（イは、アの組を2回ずつ数えているだけです）。この例のウは、同じ玉がもう一度出るので、確率が変わります。

× 戻さないのに16通りとする ○ 同じ玉のマスのをぞいて12通り
× 同時なのに12通りを分母にして、分子は組で数える ○ 分母も分子も、同じ数え方にそろえる

合言葉 「戻すか戻さないかで、全部の数が変わる」

8

2つのさいころは？ — $6 \times 6 = 36$ 通りの表で数える

このページのゴール

2つのさいころの目の和などの確率を、表で数えて求められる

① 大小2つのさいころ

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2つのさいころを区別して、（大の目，小の目）の組で数えます。表の行が大、列が小の目で、マスには目の和を書いています。全部の場合は $6 \times 6 = 36$ で36通りです。

和が6になるのは、灰色の (1,5) (2,4) (3,3) (4,2) (5,1) の5通りです。

$\frac{5}{36}$

← あてはまる ÷ 全部

$= \frac{5}{36}$

← これ以上約分できない

条件	あてはまる場合	通り	確率（約分する）
和が5以下	和が 2、3、4、5 になる場合	$1 + 2 + 3 + 4 = 10$	$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$
同じ目	(1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6)	6通り	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
差が3以上	(1,4) (1,5) (1,6) (2,5) (2,6) (3,6) と、大小を入れかえた6通り	$6 \times 2 = 12$	$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

② じゃんけん

2人（A、B）のじゃんけんは、手の出し方が $3 \times 3 = 9$ で9通りです。A が勝つのは、灰色の3通りです。

$\frac{3}{9}$

← A が勝つ ÷ 全部

$= \frac{1}{3}$

← 約分する

A＼B	グー	チョキ	パー
グー	あいこ	A の勝ち	B の勝ち
チョキ	B の勝ち	あいこ	A の勝ち
パー	A の勝ち	B の勝ち	あいこ

3人（A、B、C）は、A と B の9通りのそれぞれに C の3通りがあるので、全部 $9 \times 3 = 27$ で27通りです。あいこになるのは、3人とも同じ手（3通り）と、3人ともちがう手（ $3 \times 2 \times 1 = 6$ で6通り）の、 $3 + 6 = 9$ で9通りです。A 1人だけが勝つのは、A の手（3通り）ごとに、B も C もその手に負ける手（1通り）を出すときなので、 $3 \times 1 = 3$ で3通りです。

×

(1,2) と (2,1) を同じ組として、21通りで数える

○

大小のさいころを区別して、36通りで数える

合言葉

「2つのさいころは、 $6 \times 6 = 36$ 通りの表」

9

いろいろな条件は？ — 表のマスに、問われている数を書く

このページのゴール

積・2けたの整数・点の移動などの条件を、表に書いて数えられる

①

目の積

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

大小2つのさいころで、目の積が6の倍数になる確率。表のマスに積を書き、6の倍数（6、12、18、24、30、36）のマス
を数えます。灰色のマスが15個あります。

$$\frac{15}{36}$$

← あてはまる15通り ÷ 全部36通り

$$=\frac{5}{12}$$

← 約分する

②

2けたの整数 $10a+b$

大の目を a 、小の目を b として、2けたの整数 $10a+b$ をつくります。4の倍数
は、次のとおりです。

a	4の倍数になる $10a+b$	通り
1	12、16	2
2	24	1
3	32、36	2
4	44	1
5	52、56	2
6	64	1

$$\frac{9}{36}$$

← $2+1+2+1+2+1=9$ 通り ÷ 全部

$$=\frac{1}{4}$$

← 約分する

③

$\frac{b}{a}$ が整数になる

a 、 b は②と同じです。 a で b をわり切れる、つまり b が a の倍数になるの
は、次のとおりです。

a	b になる数	通り
1	1、2、3、4、5、6	6
2	2、4、6	3
3	3、6	2
4	4	1
5	5	1
6	6	1

$$\frac{14}{36}$$

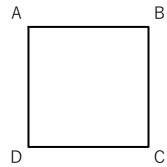
← $6+3+2+1+1+1=14$ 通り ÷ 全部

$$=\frac{7}{18}$$

← 約分する

④

点の移動



正方形 ABCD の頂点 A に点 P があります。大小2つのさいころを投げ、出た目の和の数だけ、P が $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow \dots$ と頂点を1つず
つ動きます。4つ進むと A にもどるので、C に止まるのは、和が2、6、10 のときです。

和が2は1通り、6は5通り、10は3通りなので、 $1+5+3=9$ で9通りです。

$$\frac{9}{36}$$

← あてはまる ÷ 全部

$$=\frac{1}{4}$$

← 約分する

10 「少なくとも1つ」は？ — 1 から、起こらない確率をひく

このページのゴール 起こらない確率を使って、「少なくとも1つは」の確率を求められる

① 起こらない確率

ことがら A の起こらない確率 = $1 - (\text{A の起こる確率})$

全部の場合が n 通りのうち、A の起こる場合が a 通りなら、A の起こらない場合は $n - a$ 通りです。 $\frac{n-a}{n} = 1 - \frac{a}{n}$ になるからです。たとえば、さいころで6の約数が出る確率 $\frac{2}{3}$ と、出ない確率 $\frac{1}{3}$ をたすと、 $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ になります。

② 「少なくとも1つは」

「少なくとも1つは～」の反対は「1つも～でない」です。反対の方が数えやすいときは、そちらを数えて 1 からひきます。

③ 例

例1 1枚の硬貨を3回投げて、少なくとも1回は表が出る確率。3回とも裏になるのは1通り、全部は8通り（4ページ）です。

$$1 - \frac{1}{8} \quad \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{7}{8} \quad \leftarrow \text{計算する}$$

例3 赤玉3個・白玉2個から同時に2個取り出して、少なくとも1個は白玉の確率。2個とも赤玉になるのは3通り（全部は10通り）です。

$$1 - \frac{3}{10} \quad \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{7}{10} \quad \leftarrow \text{計算する}$$

例2 大小2つのさいころで、少なくとも1つは1の目が出る確率。どちらも1でないのは $5 \times 5 = 25$ で25通り（全部は36通り）です。

$$1 - \frac{25}{36} \quad \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{11}{36} \quad \leftarrow \text{計算する}$$

例4 3人のじゃんけんで、勝負が決まる確率。あいこは9通り（8ページ）で、全部の27通りの $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$ です。

$$1 - \frac{1}{3} \quad \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{2}{3} \quad \leftarrow \text{計算する}$$

× 少なくとも1つは1の目を、「大が1の6通り + 小が1の6通り = 12通り」とする ○ (1,1) を2回数えている。正しくは11通り（ $36 - 25 = 11$ ）

合言葉 「少なくとも1つは、 $1 - (\text{1つもない})$ 」

12

どちらが起こりやすい？ ― 区別して数え、確率の大きさをくらべる

このページのゴール

ことがらの起こりやすさを、確率をくらべて説明できる

①

4つの窓のカード



4つの窓ア〜エのうち、2つに○、2つに×がかくれているカードがあります。窓を2つけずって、出方を調べます。

×

出方は「○○」「○×」「××」の3通りなので、どれも $\frac{1}{3}$ ○ 2つの○、2つの×も1つずつ区別しないと、同様に確からしくならない

○を○1、○2、×を×1、×2と区別して樹形図にかくと、全部の場合は6通りです。

○1
○2
×1
×2
○2
×1
×2
×1
×2

出方	あてはまる場合	確率
○と○	1通り	$\frac{1}{6}$
○と×	4通り	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
×と×	1通り	$\frac{1}{6}$

○と×の出方がいちばん出やすいといえます。3通りの出方は、同様に確からしくありません。

②

和が4の倍数と、5の倍数

大小2つのさいころを投げるとき、目の和が4の倍数になる確率と、5の倍数になる確率では、どちらが大きいですか。8ページの表で数えます。

条件	あてはまる和と通り	通り	確率
4の倍数	和が4、8、12：3通り、5通り、1通り	$3+5+1=9$	$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
5の倍数	和が5、10：4通り、3通り	$4+3=7$	$\frac{7}{36}$

③

説明の書き方

「〜の確率は $\frac{9}{36}$ 、〜の確率は $\frac{7}{36}$ で、 $\frac{9}{36}$ の方が大きいから、〜の方が起こりやすい」のように、確率を書いてくらべます。分母をそろえるとくらべやすくなります。

×

出方の種類の数（3通り）で、確率を決める ○ 区別して数えた全部の場合の数で、確率を求める

合言葉 「起こりやすさは、確率の大きさをくらべる」

13

ゲームは公平？ ― 勝つ確率が同じなら公平

このページのゴール

ゲームが公平か、言ったことが正しいかを、確率を使って説明できる

① 公平なゲーム

2人の勝つ確率が同じとき、そのゲームは公平であるという

② さいころのゲーム

大小2つのさいころを投げて、「目の積が偶数なら A の勝ち、奇数なら B の勝ち」とします。積が奇数になるのは、奇数×奇数のときで、 $3 \times 3 = 9$ で9通りです。

$$\frac{9}{36} \leftarrow \text{B が勝つ9通り} \div \text{全部36通り}$$
$$= \frac{1}{4} \leftarrow \text{約分する}$$

$$\frac{27}{36} \leftarrow \text{A が勝つ27通り (36-9)}$$
$$= \frac{3}{4} \leftarrow \text{約分する}$$

A が勝つ確率の方が大きいので、このゲームは公平ではなく、A が有利です。「目の和が偶数なら A、奇数なら B」にすると、和が偶数になるのは18通りで、どちらも $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ になり、公平です。

③ 玉を取り出して得点をつける

箱A には 2、3 の数が書かれた白玉と 5 の数が書かれた赤玉が、箱B には 1、4 の数が書かれた白玉と 6 の数が書かれた赤玉が入っています。それぞれから1個ずつ取り出し、色が同じなら大きい方の数、色が異なるなら白玉の数を得点とします。表に得点を書きます（灰色は4点）。

A\B	白1	白4	赤6
白2	2	4	2
白3	3	4	3
赤5	1	4	6

全部の場合は $3 \times 3 = 9$ で9通りです。1点が1通り、2点が2通り、3点が2通り、4点が3通り、6点が1通りです。

Q さんは「最も得点となりやすいのは4点である」と言いました。4点の確率は $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 、ほかの得点は $\frac{2}{9}$ 以下で、4点がいちばん大きいので、Q さんの言ったことは正しいです。

「目の和が7以上なら A の勝ち、6以下なら B の勝ち」とすると、和が7以上は $6+5+4+3+2+1=21$ で21通りです。B が勝つ確率は、1 からひいて求められます（10ページ）。

$$\frac{21}{36} \leftarrow \text{A が勝つ21通り} \div \text{全部36通り}$$
$$= \frac{7}{12} \leftarrow \text{約分する}$$

$$1 - \frac{7}{12} \leftarrow \text{B が勝つ確率は 1 からひく}$$
$$= \frac{5}{12} \leftarrow \text{計算する}$$

$\frac{7}{12}$ と $\frac{5}{12}$ は同じではないので、公平ではありません。

説明は、「～の確率は…、～の確率は…。…だから、正しい（正しくない）」の形で書きます。

合言葉 「表に得点を書いて、確率でくらべる」

確認問題 ① 確率の意味・樹形図・並べ方

答えと解き方は18～20ページ（9・10枚目の紙）にあります。樹形図や表は、問題のわくの中にかきましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 確率の意味 【2・3ページ】

ただし、どのカードをひくことも、どの玉が出ることも、同様に確からしいものとします。

(1) 1 から 15 までの整数が1つずつ書かれた15枚のカードから1枚をひくとき、6の約数のカードをひく確率を求めなさい。

(2) 白玉4個、赤玉3個、青玉5個が入っている袋から1個取り出すとき、赤玉が出る確率を求めなさい。

(3) 次のア～エのうち、正しいものをすべて選びなさい。
ア 1つのさいころを6回投げると、1の目は必ず1回出る。
イ 1つのさいころを投げる回数を多くしていくと、1の目が出る相対度数は $\frac{1}{6}$ に近づく。
ウ 1つのさいころを投げるとき、7の目が出る確率は 0 である。
エ 1枚の硬貨を3回投げて3回とも表が出たので、4回目は裏が出やすい。

2 樹形図 【4ページ】

ただし、どの硬貨も、表と裏が出ることは同様に確からしいものとします。

(1) 10円、50円、100円の硬貨を1枚ずつ同時に投げるとき、表が出た硬貨の金額の合計が60円以上になる確率を求めなさい。

(2) 1枚の硬貨を3回投げます。表が出たら2点、裏が出たら1点とするとき、3回の得点の合計が5点以上になる確率を求めなさい。

3 並べ方 【5ページ】

ただし、どの選び方も同様に確からしいものとします。

(1) A、B、C、D、E の5人から、くじで班長と副班長を1人ずつ選ぶとき、A が班長か副班長に選ばれる確率を求めなさい。

(2) 1、2、3、4、5 の数が書かれた5枚のカードから、2枚を続けて取り出し、1枚目を十の位、2枚目を一の位として2けたの整数をつくります。この整数が奇数になる確率を求めなさい。

(3) 0、1、2、3、4 の数が書かれた5枚のカードから、(2) と同じようにして2けたの整数をつくるとき、この整数が3の倍数になる確率を求めなさい。

確認問題② 同時に選ぶ・玉の取り出し方

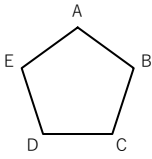
4 同時に選ぶ【6ページ】

ただし、どの選び方も同様に確からしいものとします。

(1) A、B、C、D、Eの5人から、くじで3人の当番を選ぶとき、AとBがどちらも選ばれる確率を求めなさい。

(2) 1、2、3、4、5、6の数が書かれた6枚のカードから、同時に2枚取り出すとき、2枚の数の和が9以上になる確率を求めなさい。

(3) 正五角形ABCDEの5つの頂点から2つを選んで結ぶとき、その線分が対角線になる確率を求めなさい。



5 玉の取り出し方【7ページ】

赤玉2個、白玉2個が入った袋があります。玉は、赤1、赤2、白1、白2と区別して考えます。ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとします。

(1) 同時に2個取り出すとき、2個が同じ色になる確率を求めなさい。

(2) 1個取り出し、それを戻さずにもう1個取り出すとき、1個目が白玉、2個目が赤玉になる確率を求めなさい。

(3) 1個取り出して色を調べてから袋に戻し、もう1個取り出すとき、2回とも同じ色になる確率を求めなさい。

確認問題 ③ 2つのさいころ・いろいろな数え方

6 2つのさいころ 【8ページ】

大小2つのさいころを同時に投げます。ただし、どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

(1) 出た目の和が11以上になる確率を求めなさい。

(2) 出た目の差が4以上になる確率を求めなさい。

(3) 大のさいころの目が、小のさいころの目より大きくなる確率を求めなさい。

7 いろいろな数え方 【8・9ページ】

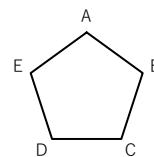
ただし、どの場合が起こることも同様に確からしいものとします。

(1) A、B、Cの3人で1回じゃんけんをするとき、AとBの2人だけが勝つ確率を求めなさい。

(2) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、出た目の積が20以上になる確率を求めなさい。

(3) 大小2つのさいころを同時に投げ、大のさいころの目を a 、小のさいころの目を b として、2けたの整数 $10a+b$ をつくります。この整数が3の倍数になる確率を求めなさい。

(4) 正五角形 ABCDE の頂点 A に点 P があります。大小2つのさいころを同時に投げ、出た目の和の数だけ、P が $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow \dots$ と頂点を1つずつ動きます。P が A に止まる確率を求めなさい。



確認問題④ 起こらない確率・くじ・確率を使った説明

8 起こらない確率 【10ページ】

ただし、どの場合が起こることも同様に確からしいものとします。

(1) 4枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも1枚は裏が出る確率を求めなさい。	(2) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、出た目の和が5以上になる確率を求めなさい。	(3) 男子4人、女子3人の中から、くじで2人を選ぶとき、少なくとも1人は女子が選ばれる確率を求めなさい。
--	--	---

9 くじ 【11ページ】

ただし、どのくじをひくことも同様に確からしいものとします。

(1) 4本のうち1本が当たりのくじを、A、Bの順に1本ずつひきます（ひいたくじは戻さない）。Aが当たる確率とBが当たる確率を、それぞれ求めなさい。	(2) 3本のうち2本が当たりのくじを、A、Bの順に1本ずつひきます（ひいたくじは戻さない）。Bが当たる確率を求めなさい。	(3) (2)のくじで、AとBの2人とも当たる確率を求めなさい。
--	---	----------------------------------

10 確率を使った説明 【12・13ページ】

(1) 5つの窓のうち2つに○、3つに×がかくれているカードがあります。窓を2つけずるとき、Kさんは「○が1つだけ出る確率と、○が1つも出ない確率は同じである」と言いました。Kさんの言ったことは正しいですか。確率を使って説明しなさい。ただし、どの窓をけずることも同様に確からしいものとします。	(2) 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目の差が0か1ならAの勝ち、2以上ならBの勝ちとするゲームがあります。このゲームは公平ですか。確率を使って説明しなさい。ただし、どの目が出ることも同様に確からしいものとします。
--	--

確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。【】は読み直すページです。

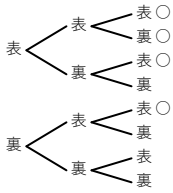
1 確率の意味 【2・3ページ】

- (1) 1 から 15 までの15枚なので、全部の場合は15通りです。6の約数は 1、2、3、6 の4通りです。
- $\frac{4}{15}$ ←あてはまる ÷ 全部
- $= \frac{4}{15}$ ←これ以上約分できない
- (2) 全部の場合は $4+3+5=12$ で12通りです。赤玉は3通りです。
- $\frac{3}{12}$ ←あてはまる ÷ 全部
- $= \frac{1}{4}$ ←約分する
- (3) ア×6回投げても、1の目が1回も出ないことも、2回以上出ることもあります。
- イ ○ 回数を多くすると、相対度数は確率 $\frac{1}{6}$ に近づきます。
- ウ ○ 7の目は出ないので、あてはまる場合は0通りで、確率は $\frac{0}{6}=0$ です。
- エ×硬貨は前の結果をおぼえていないので、4回目も表が出る確率は $\frac{1}{2}$ です。
- イ、ウ

2 樹形図 【4ページ】

- (1) 10円 50円 100円
- 表
- 裏
- 全部の場合は $2 \times 2 \times 2 = 8$ で8通りです。合計が60円以上になるのは、○をつけた5通り（100円が表の4通りと、100円が裏で10円と50円が表の1通り）です。
- $\frac{5}{8}$ ←あてはまる ÷ 全部
- $= \frac{5}{8}$ ←これ以上約分できない

- (2) 1回目 2回目 3回目



全部の場合は8通りです。表が2回なら $2+2+1=5$ で5点、3回なら6点で、5点以上は表が2回以上の ○ の4通りです。表が1回だと $2+1+1=4$ で4点です。

$\frac{4}{8}$ ←あてはまる ÷ 全部

$= \frac{1}{2}$ ←約分する

3 並べ方 【5ページ】

- (1) 班長が5通り、副班長がのこりの4通りで $5 \times 4 = 20$ の20通りです。A が班長になるのは4通り、副班長になるのも4通りで $4+4=8$ の8通りです。
- $\frac{8}{20}$ ←あてはまる ÷ 全部
- $= \frac{2}{5}$ ←約分する
- (2) 十の位が5通り、一の位がのこりの4通りで $5 \times 4 = 20$ の20通りです。奇数は、一の位が 1、3、5 の3通りで、それぞれ十の位が4通りなので $3 \times 4 = 12$ の12通りです。
- $\frac{12}{20}$ ←あてはまる ÷ 全部
- $= \frac{3}{5}$ ←約分する
- (3) 十の位に 0 は置けないので、十の位は4通り、一の位はのこりの4通りで $4 \times 4 = 16$ の16通りです。3の倍数は 12、21、24、30、42 の5通りです。
- $\frac{5}{16}$ ←あてはまる ÷ 全部
- $= \frac{5}{16}$ ←これ以上約分できない

4 同時に選ぶ 【6ページ】

- (1) 3人の選び方は ABC、ABD、ABE、ACD、ACE、ADE、BCD、BCE、BDE、CDE の10通りです。A と B がどちらも選ばれるのは、ABC、ABD、ABE の3通りです。
 $\frac{3}{10}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{3}{10}$ ←これ以上約分できない
- (2) 全部の場合は $5+4+3+2+1=15$ の15通りです。和が9以上になるのは、3と6、4と5、4と6、5と6 の4通りです。
 $\frac{4}{15}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{4}{15}$ ←これ以上約分できない
- (3) 5つの頂点から2つを選ぶ線分は $4+3+2+1=10$ の10本です。そのうち辺が5本なので、対角線は $10-5=5$ の5本です。
 $\frac{5}{10}$ ←対角線 ÷ 全部
 $= \frac{1}{2}$ ←約分する

5 玉の取り出し方 【7ページ】

- (1) 全部の場合は $3+2+1=6$ の6通りです（赤1赤2、赤1白1、赤1白2、赤2白1、赤2白2、白1白2）。同じ色になるのは、赤1赤2 と 白1白2 の2通りです。
 $\frac{2}{6}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{1}{3}$ ←約分する
- (2) 1個目が4通り、2個目がのこりの3通りで $4 \times 3 = 12$ の12通りです。1個目が白玉（2通り）、2個目が赤玉（2通り）で $2 \times 2 = 4$ の4通りです。
 $\frac{4}{12}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{1}{3}$ ←約分する
- (3) 戻すので、1個目も2個目も4通りで $4 \times 4 = 16$ の16通りです。2回とも赤玉は $2 \times 2 = 4$ で4通り、2回とも白玉も4通りで、 $4+4=8$ の8通りです。
 $\frac{8}{16}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{1}{2}$ ←約分する

6 2つのさいころ 【8ページ】

- (1) 全部の場合は $6 \times 6 = 36$ の36通りです。和が11以上は (5,6) (6,5) (6,6) の3通りです。
 $\frac{3}{36}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{1}{12}$ ←約分する
- (2) 差が4以上は (1,5) (1,6) (2,6) と、大小を入れかえた (5,1) (6,1) (6,2) で $3 \times 2 = 6$ の6通りです。
 $\frac{6}{36}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{1}{6}$ ←約分する
- (3) 大の目が2、3、4、5、6 のとき、小の目はそれぞれ 1、2、3、4、5 通りなので $1+2+3+4+5=15$ の15通りです。
 $\frac{15}{36}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{5}{12}$ ←約分する

7 いろいろな数え方 【8・9ページ】

- (1) 全部の場合は $3 \times 3 \times 3 = 27$ の27通りです。A と B だけが勝つのは、A と B が同じ手（3通り）で、C がその手に負ける手（1通り）を出すときで、 $3 \times 1 = 3$ の3通りです。
 $\frac{3}{27}$ ←あてはまる ÷ 全部
 $= \frac{1}{9}$ ←約分する
- (2) 積が20以上は (4,5) (4,6) (5,4) (5,5) (5,6) (6,4) (6,5) (6,6) の8通りです。
 $\frac{8}{36}$ ←あてはまる8通り ÷ 全部36通り
 $= \frac{2}{9}$ ←約分する
- (3) $10a+b$ が3の倍数になるのは、a が 1~6 のとき、それぞれ次の2通りです。1 : 12、15 2 : 21、24 3 : 33、36 4 : 42、45 5 : 51、54 6 : 63、66。 $2 \times 6 = 12$ の12通りです。
 $\frac{12}{36}$ ←あてはまる12通り ÷ 全部36通り
 $= \frac{1}{3}$ ←約分する
- (4) 5つ進むと A にもどるので、A に止まるのは和が5か10のときです。和が5は4通り、10は3通りで $4+3=7$ の7通りです。
 $\frac{7}{36}$ ←あてはまる7通り ÷ 全部36通り
 $= \frac{7}{36}$ ←これ以上約分できない

8 起こらない確率 【10ページ】

- (1) 全部の場合は $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ の16通りです。「少なくとも1枚は裏」の反対は「4枚とも表」で、1通りです。

$$1 - \frac{1}{16} \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{15}{16} \leftarrow \text{計算する}$$

- (2) 「和が5以上」の反対は「和が4以下」で、(1,1) (1,2) (1,3) (2,1) (2,2) (3,1) の6通りです。

$$1 - \frac{6}{36} \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{30}{36} \leftarrow \text{計算する}$$
$$= \frac{5}{6} \leftarrow \text{約分する}$$

- (3) 全部の場合は $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ の21通りです。「少なくとも1人は女子」の反対は「2人とも男子」で、男子4人から2人を選ぶ $3 + 2 + 1 = 6$ の6通りです。

$$1 - \frac{6}{21} \leftarrow 1 \text{ からひく}$$
$$= \frac{15}{21} \leftarrow \text{計算する}$$
$$= \frac{5}{7} \leftarrow \text{約分する}$$

9 くじ 【11ページ】

- (1) 全部の場合は $4 \times 3 = 12$ の12通りです。

A が当たるのは、A が当たりで B のひき方が3通りの、3通りです。

$$\frac{3}{12} \leftarrow A \text{ が当たる} \div \text{全部}$$
$$= \frac{1}{4} \leftarrow \text{約分する}$$

B が当たるのは、A がはずれ (3通り) で B が当たり (1通り) の、3通りです。

$$\frac{3}{12} \leftarrow B \text{ が当たる} \div \text{全部}$$
$$= \frac{1}{4} \leftarrow \text{約分する}$$

- (2) 当たりを当1、当2、はずれを は と区別します。全部の場合は $3 \times 2 = 6$ の6通りです。B が当たるのは、(当1,当2) (当2,当1) (は,当1) (は,当2) の4通りです。

$$\frac{4}{6} \leftarrow B \text{ が当たる} \div \text{全部}$$
$$= \frac{2}{3} \leftarrow \text{約分する}$$

- (3) 2人とも当たるのは、(当1,当2) (当2,当1) の2通りです。

$$\frac{2}{6} \leftarrow \text{あてはまる} \div \text{全部}$$
$$= \frac{1}{3} \leftarrow \text{約分する}$$

10 確率を使った説明 【12・13ページ】

- (1) 5つの窓から2つをけずる全部の場合は $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ の10通りです。○が1つだけ出るのは、○2つから1つ、×3つから1つを選ぶ $2 \times 3 = 6$ の6通りです。○が1つも出ないのは、×3つから2つを選ぶ3通りです。

$$\frac{6}{10} \leftarrow \text{○が1つだけ} \div \text{全部}$$
$$= \frac{3}{5} \leftarrow \text{約分する}$$

○が1つも出ない確率は $\frac{3}{10}$ です。 $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ で、 $\frac{6}{10} > \frac{3}{10}$ なので、○が1つだけ出る確率の方が大きく、同じではありません。したがって、K さんの言ったことは正しくありません。

- (2) 全部の場合は36通りです。差が0になるのは6通り、差が1になるのは (1,2) (2,1) (2,3) (3,2) (3,4) (4,3) (4,5) (5,4) (5,6) (6,5) の10通りで、A が勝つのは $6 + 10 = 16$ の16通りです。B が勝つのは $36 - 16 = 20$ の20通りです。

$$\frac{16}{36} \leftarrow A \text{ が勝つ} \div \text{全部}$$
$$= \frac{4}{9} \leftarrow \text{約分する}$$

$$\frac{20}{36} \leftarrow B \text{ が勝つ} \div \text{全部}$$
$$= \frac{5}{9} \leftarrow \text{約分する}$$

A が勝つ確率 $\frac{4}{9}$ と B が勝つ確率 $\frac{5}{9}$ は同じではないので、このゲームは公平ではありません。B が勝つ確率の方が大きく、B が有利です。