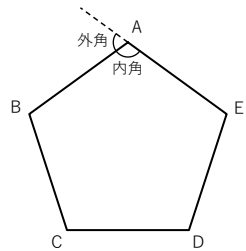


2 多角形の内角の和は？ — $180^{\circ} \times (n-2)$

このページのゴール 多角形の内角・外角の意味を言え、 n 角形の内角の和を説明して使える

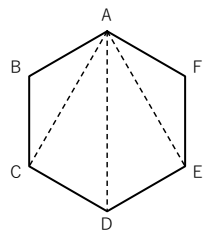
① 内角と外角



多角形で、となり合う2辺がつくる角を内角、1つの辺と、となりの辺をのばした直線がつくる角を外角という

1つの頂点では、内角と外角を合わせると一直線の角になるので、 $\text{内角} + \text{外角} = 180^{\circ}$ です。

② 三角形に分けて、内角の和を求める



1つの頂点から対角線をひいて三角形に分けます（六角形は4個）。

多角形	三角形の数	内角の和
四角形	2個	$180^{\circ} \times 2 = 360^{\circ}$
五角形	3個	$180^{\circ} \times 3 = 540^{\circ}$
六角形	4個	$180^{\circ} \times 4 = 720^{\circ}$
n 角形	$(n-2)$ 個	$180^{\circ} \times (n-2)$

n 角形の内角の和 $180^{\circ} \times (n-2)$

別の分け方 六角形の内部の点と各頂点を結ぶと三角形が6個。まわりの 360° をひいて $180^{\circ} \times 6 - 360^{\circ} = 720^{\circ}$ （同じ内角の和）。

例1 十一角形の内角の和は $180^{\circ} \times (11-2) = 1620^{\circ}$ です。

例2 正六角形の内角の和は 720° で、6つの角は等しいので、1つの内角は $720^{\circ} \div 6 = 120^{\circ}$ です。

例3 内角の和が 1800° の多角形は何角形でしょうか。

$$180 \times (n-2) = 1800 \quad \leftarrow n\text{角形の内角の和が } 1800^{\circ}$$

$$n-2 = 10 \quad \leftarrow \text{両辺を } 180 \text{ でわる}$$

$$\mathbf{n=12} \quad \leftarrow 2\text{を移項する（十二角形）}$$

× 内角の和を $180^{\circ} \times n$ とする ○ $180^{\circ} \times (n-2)$
 × 正六角形の1つの内角を $720^{\circ} \div 4$ とする ○ 角は6つなので $720^{\circ} \div 6$

合言葉 「 n 角形の内角の和は、 $180^{\circ} \times (n-2)$ 」

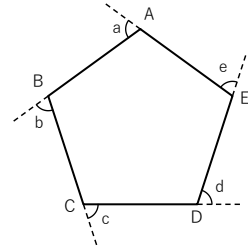
3

多角形の外角の和は？ — 何角形でも 360°

このページのゴール
多角形の外角の和が 360° であることを説明し、正多角形の1つの外角や、何角形かを求められる

①

外角の和を求める



五角形の辺を同じまわり方でばして、5つの外角 $a\sim e$ をつくります。どの頂点でも、内角 + 外角 = 180° です。
 5つの頂点で合わせると $180^\circ \times 5 = 900^\circ$ 。ここから内角の和 540° をひくと、外角の和は $900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$ です。
 n 角形でも、外角の和は $180 \times n - 180 \times (n - 2) = 360$ (度) で、 n によらず 360° になります。

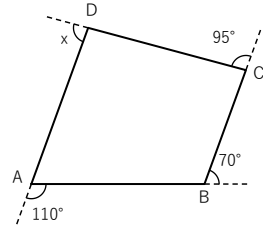
多角形の外角の和
360° (何角形でも同じ)

多角形のまわりを歩くと、各頂点で外角の分だけ向きを変え、1周でもとの向きにもどります。向きを変えた角の合計が 360° です。

②

外角を使う

- 例1** 正九角形の1つの外角は $360^\circ \div 9 = 40^\circ$ です。1つの内角は $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ と求められます。
- 例2** 1つの外角が 72° の正多角形は、 $360 \div 72 = 5$ より、正五角形です。
- 例3** 1つの内角が 135° の正多角形は、外角を使うと早く求められます。1つの外角は $180 - 135 = 45$ 、 $360 \div 45 = 8$ より、正八角形です。



- 例4** 四角形の外角のうち3つが $110^\circ \cdot 70^\circ \cdot 95^\circ$ のとき、残りの外角 x を求めます。
- $x = 360 - (110 + 70 + 95)$ ← 外角の和は 360°
 $x = 85$

- ×

外角の和を n によって変わるとする

○

どんな多角形でも 360°
- ×

何角形かの答えで「正」を落とす (八角形)

○

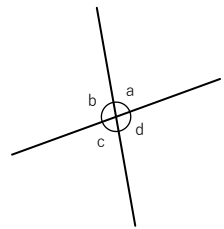
正八角形

合言葉
「外角の和は、いつも 360°」

4 対頂角・同位角・錯角とは？ — 角の位置の名前

このページのゴール 対頂角が等しいことを説明でき、同位角・錯角の位置を図で言える

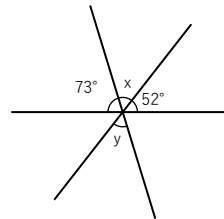
① 対頂角と、それが等しいわけ



2つの直線が交わってできる角のうち、向かい合っている2つの角を対頂角という（ $\angle a$ と $\angle c$ 、 $\angle b$ と $\angle d$ ）

一直線の角は 180° なので、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ 、 $\angle c + \angle b = 180^\circ$ です。どちらも 180° から $\angle b$ をひいた角なので、 $\angle a = \angle c$ です。対頂角は等しいといえます。これが「説明」で、7ページの「証明」の入り口です。

② 3直線の角



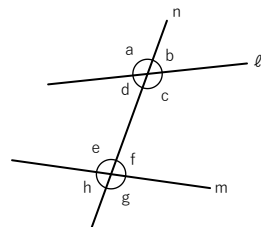
例 1点で交わる3本の直線で、上の半分に 52° ・ x ・ 73° の3つの角があります。x と、x の対頂角 y を求めます。

$$x = 180 - (52 + 73) \leftarrow \text{一直線の角は } 180^\circ$$

$$x = 55$$

$$y = 55 \leftarrow \text{対頂角は等しい}$$

③ 同位角と錯角



2つの直線 l 、 m に、1つの直線 n が交わっています。

$\angle a$ と $\angle e$ のように同じ位置にある角を同位角（ほかに b と f 、 c と g 、 d と h ）、 $\angle c$ と $\angle e$ のように、 l と m の間で n の反対側にある角を錯角（ほかに d と f ）という

錯角は「Zの形」の角です。

例 $\angle b$ の同位角は $\angle f$ 、 $\angle d$ の錯角は $\angle f$ 、 $\angle g$ の対頂角は $\angle e$ です。 l と m が平行でなくても、角の位置の名前はあります。

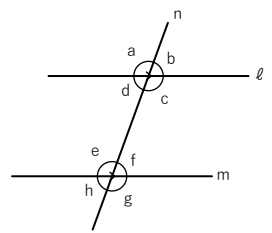
- × 錯角を $\angle a$ と $\angle g$ （ l と m の外側どうし）とする ○ l と m の間にある $\angle c$ と $\angle e$
- × 対頂角を、となり合う $\angle a$ と $\angle b$ とする ○ 向かい合う $\angle a$ と $\angle c$

合言葉 「錯角はZの形、同位角は同じ位置」

5 平行線と角の性質は？ — 同位角・錯角が等しい

このページのゴール 平行線の同位角・錯角が等しいことを使って、角の大きさを求められる

① 平行線の同位角と錯角

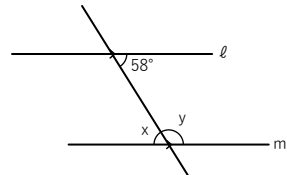


$\ell \parallel m$ のとき、直線 ℓ を n にそってずらすと m に重なります。だから、同位角は等しいといえます ($\angle a = \angle e$ など)。これを、もとにする性質として認めます。

錯角が等しいわけは、 $\angle c = \angle a$ (対頂角)、 $\angle a = \angle e$ (同位角) より、 $\angle c = \angle e$ です。

平行線の性質 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。錯角は等しい。

② 角を求める

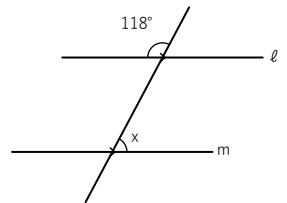


例 $\ell \parallel m$ で、 ℓ の右下の角が 58° のとき、 m の左上の角 x と、右上の角 y を求めます。

$x = 58$ ← 平行線の錯角は等しい

$y = 180 - 58$ ← 一直線の角は 180°

$y = 122$ |



例2 $\ell \parallel m$ で、 ℓ の左上の角が 118° のとき、 m の右上の角 x を求めます。 m の左上の角は、 ℓ の左上と同位角で 118° です。 x はそのとなりの角です。

$x = 180 - 118$ ← m の左上は同位角で 118° 。一直線の角は 180°

$x = 62$ |

× 平行でない2つの直線でも、同位角・錯角を等しいとする ○ 平行なときだけ等しい
 × y を 58° とする (錯角と、となりの角のとりちがえ) ○ y は x のとなりの角なので $180^\circ - 58^\circ$

合言葉 「平行なら、同位角・錯角は等しい」

6 2直線が平行になるのは？ — 同位角か錯角が等しいとき

このページのゴール 同位角や錯角から2直線が平行かどうかを判断でき、平行線の間の同じ側の角の和が 180° になることを使える

① 平行になる条件

平行線になるための条件 2つの直線に1つの直線が交わるとき、同位角か錯角が等しければ、その2つの直線は平行である。

5ページの「ならば」の前と後ろを入れかえた形です。

② 平行な直線を選ぶ

直線 p に3本の直線 ℓ 、 m 、 n が交わっています。見た目ではなく、角で平行かどうかを決めます。

m の左下の 72° の対頂角は 72° なので、 m の右上は 72° です。 ℓ の右上も 72° で、同位角が等しいから、 $\ell \parallel m$ です。

n の左上は 106° なので、右上は $180 - 106 = 74$ です。 ℓ の右上 72° と等しくないので、 n は ℓ に平行ではありません。

③ 平行線の間の同じ側の角

$\ell \parallel m$ のとき、 ℓ と m の間で、 n の同じ側にある2つの角の和は 180° です（5ページの図で、錯角 $\angle c = \angle e$ と、 $\angle e + \angle f = 180^\circ$ から）。多角形の中に平行線があるときも、平行線の間で同じ側にある2つの角をさがします。

例 ℓ の右下が 63° のとき、 m の右上 x は次のようになります。

$x = 180 - 63$ ← 平行線の間で、 n の同じ側の角の和は 180°

$x = 117$

☒ 見た目が平行に見えるから、平行と決める
 ☐ 同位角か錯角を調べて決める

合言葉 「同位角か錯角が等しければ、平行」

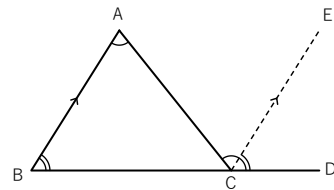
7 三角形の内角の和が 180° なのは？ — 平行線で証明

このページのゴール 三角形の内角の和が 180° であることを、平行線の性質を根拠にして説明できる（証明の意味を言える）

① 確かめるだけでは足りない

小学校では、分度器で測ったり、3つの角を切って並べたりして、三角形の3つの角の和が 180° になることを確かめました。でもそれは、確かめた三角形だけです。どんな三角形でも成り立つと言うには、どうすればよいでしょうか。

② 平行線を使った証明



$\triangle ABC$ で、頂点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひき、辺 BC を C の方へのばした点を D とします。

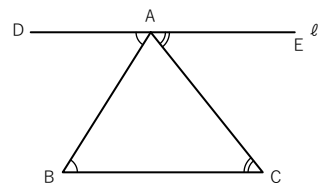
$BA \parallel CE$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle BAC = \angle ACE$

$BA \parallel CE$ で、平行線の同位角は等しいから $\angle ABC = \angle ECD$

一直線の角は 180° だから $\angle ACB + \angle ACE + \angle ECD = 180^\circ$

よって $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

③ 別のひき方



頂点 A を通り辺 BC に平行な直線 ℓ をひき、 ℓ の上に点 D (左) と E (右) をとります。錯角で $\angle DAB = \angle B$ 、 $\angle EAC = \angle C$ です。 $\angle DAB + \angle BAC + \angle EAC = 180^\circ$ (一直線) なので、 $\angle B + \angle A + \angle C = 180^\circ$ になります。証明のしかたは1つではありません。

すでに正しいと認められたことがら（平行線の性質など）を根拠にして、あることがらが成り立つことを、筋道を立てて説明することを証明という

ここまでに使った根拠：

- 一直線の角は 180°
- 対頂角は等しい
- 平行線の同位角・錯角は等しい

× 3つの三角形を分度器で測って確かめたことを、証明とする ○ いくつ確かめても、すべての三角形とは言えない。根拠を使って説明する

合言葉 「証明は、正しいと分かっていることを根拠に」

8 三角形の外角は？ — となりにない2つの内角の和

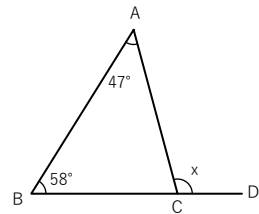
このページのゴール 三角形の外角の性質を説明し、内角・外角の大きさや、多角形の角を求められる

① 三角形の外角

7ページ②の図で、頂点 C の外角 $\angle ACD$ は、 $\angle ACE + \angle ECD$ です。 $\angle ACE = \angle A$ 、 $\angle ECD = \angle B$ だったので、 $\angle ACD = \angle A + \angle B$ になります。

三角形の外角の性質 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しい。

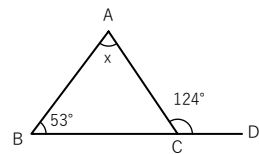
② 外角と内角を求める



例1 $\angle A = 47^\circ$ 、 $\angle B = 58^\circ$ の三角形で、頂点 C の外角 x を求めます。

$$x = 47 + 58 \quad \leftarrow \text{外角は、となりにない2つの内角の和}$$

$$x = 105 \quad |$$

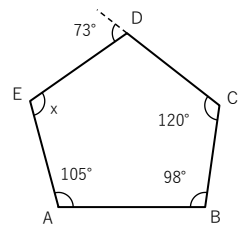


例2 外角が 124° 、となりにない内角の1つが 53° のとき、もう1つの内角 x を求めます。

$$x + 53 = 124 \quad \leftarrow \text{外角は、となりにない2つの内角の和}$$

$$x = 71 \quad \leftarrow 53 \text{ を移項する}$$

③ 多角形の角を求める



例3 五角形 ABCDE で、 $\angle A = 105^\circ$ 、 $\angle B = 98^\circ$ 、 $\angle C = 120^\circ$ 、D の外角が 73° のとき、 $\angle E = x$ を求めます。D の内角は $180 - 73 = 107$ です。

$$x = 540 - (105 + 98 + 120 + 107) \quad \leftarrow \text{五角形の内角の和は } 540^\circ \quad (2\text{ページ})$$

$$x = 110 \quad |$$

× 外角を、となりの内角とたす ○ 外角は、となりにない2つの内角の和

× 外角を求めるのに、3つ目の内角を出してから 180° からひく遠回りをして、まちがえる ○ となりにない2つの内角を直接たす

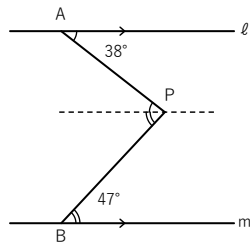
合言葉 「外角は、となりにない2つの内角の和」

9 平行線の間の折れ線の角は？ — 補助線をひく

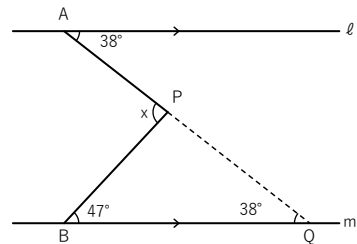
このページのゴール 平行線と折れ線の角の大きさを、補助線をひき、根拠を言って求められる

① 折れ線の角を求める

$\ell \parallel m$ で、 ℓ 上の点 A と m 上の点 B を、右にとがった点 P で結びます。A の角（ ℓ の右向きと AP の間）が 38° 、B の角（ m の右向きと BP の間）が 47° のとき、 $\angle APB = x$ を求めます。



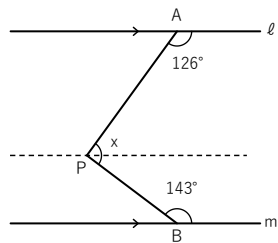
考え方1 P を通り ℓ に平行な直線をひくと、錯角で上の部分は 38° 、下の部分は 47° です。x は $38^\circ + 47^\circ = 85^\circ$ です。



考え方2 AP をのばして m との交点を Q とします。錯角で $\angle PQB = 38^\circ$ です。x は $\triangle PQB$ の外角なので $38^\circ + 47^\circ = 85^\circ$ です。

図にかき加えた線を補助線という（破線でかく）

② 外側の角が書いてある形



$\ell \parallel m$ で、P は左にとがります。A の角（ ℓ の右向きと AP の間）が 126° 、B の角（ m の右向きと BP の間）が 143° のとき、x を求めます。P を通り ℓ に平行な補助線をひきます。180° からひいて、内側の角にしてから考えます。

$$180 - 126 = 54 \quad \leftarrow \text{補助線の上の部分。一直線の角は } 180^\circ$$

$$180 - 143 = 37 \quad \leftarrow \text{補助線の下の部分}$$

$$x = 54 + 37 \quad \leftarrow \text{平行線の錯角は等しい。2つの角の和}$$

$$x = 91 \quad |$$

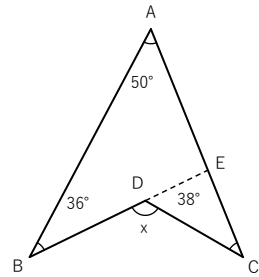
× 補助線を、折れた点 P を通らない所や、 ℓ に平行でない向きにひく ○ P を通り、 ℓ に平行にひく
 × $126 + 143$ をそのまま使う ○ 180° からひいて内側の角にする

合言葉 「折れた点に、平行な補助線」

10 よく出る形の角は？ — 外角の性質で分ける

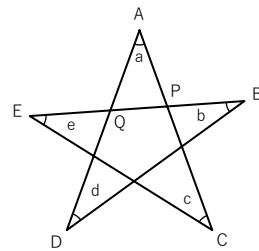
このページのゴール プーマランの形・星形・二等分線の交点の角を求められる

① プーマランの形



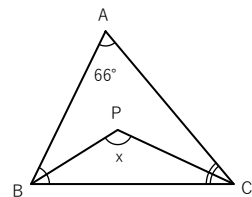
$\angle BDC = x$ を求めます。BD をのばして AC との交点を E とします。 $\triangle ABE$ の外角 $\angle BEC$ は $50^\circ + 36^\circ = 86^\circ$ 、 $\triangle EDC$ の外角 x は $86^\circ + 38^\circ = 124^\circ$ です。式だけを覚えず、外角の性質を2回使いましょう。

② 星形の5つの角の和



AC と BE の交点を P、AD と BE の交点を Q とします。 $\triangle PCE$ の外角 $\angle APQ$ は $\angle c + \angle e$ 、 $\triangle QDB$ の外角 $\angle AQP$ は $\angle b + \angle d$ です。 $\triangle APQ$ の内角の和は 180° なので、5つの角の和 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ は 180° です。

③ 角の二等分線の交点



$\angle B$ 、 $\angle C$ の二等分線の交点を P として、 x を求めます。

$$180 - 66 = 114 \quad \leftarrow \angle B + \angle C. \text{ 三角形の内角の和は } 180^\circ$$

$$114 \div 2 = 57 \quad \leftarrow \angle PBC + \angle PCB. \text{ 二等分線で半分ずつ}$$

$$x = 180 - 57 \quad \leftarrow \triangle PBC \text{ の内角の和は } 180^\circ$$

$$x = 123$$

- × プーマランの形で $360^\circ - (50^\circ + 36^\circ + 38^\circ)$ とする ○ 外角の性質を2回
- × 星形の角の和を 360° や 540° とする ○ 180°
- × ③ で $\angle B + \angle C$ を半分に忘れ ○ 半分ずつの和を使う

合言葉 「迷ったら、外角の性質」

11 合同な図形とは？ — ぴったり重なる図形

このページのゴール 合同の意味と記号 $\equiv$ の使い方を言え、合同な図形の対応する辺や角を答えられる

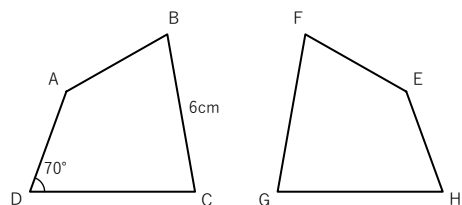
① 合同とは

中1で学んだ移動（平行移動・回転移動・対称移動）で、ぴったり重ねられる2つの図形を**合同**であるといいます。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ と書く。重なる頂点（対応する頂点）を同じ順に書く

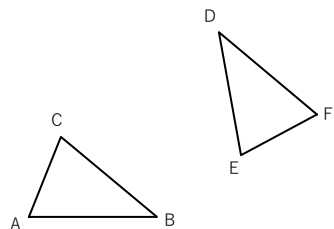
合同な図形の性質 合同な図形では、対応する線分の長さは等しく、対応する角の大きさは等しい。

② 対応する辺と角



例1 四角形 $ABCD \equiv$ 四角形 $EFGH$ で、 $EFGH$ は $ABCD$ を裏返した形です。 $BC = 6\text{ cm}$ 、 $\angle D = 70^\circ$ のとき、対応する辺 FG は BC と等しく 6 cm 、対応する角 $\angle H$ は $\angle D$ と等しく 70° です。

③ 対応を見つけて書く



例2 2つの三角形が、 A と F 、 B と D 、 C と E で重なります。重なる頂点を同じ順に書くと、 $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$ です。

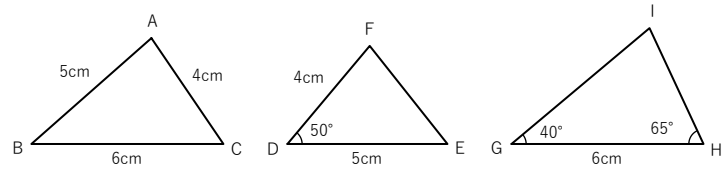
合言葉 「 $\equiv$ は、対応する順に」

12 三角形の合同条件は？ — 3つのどれか

このページのゴール 三角形の合同条件を3つ言え、なぜその条件で三角形が1つに決まるかを説明できる

① 三角形が1つに決まる条件

三角形の辺3つ・角3つの6つが全部分からなくても、次のどれかが分かれば、三角形は1つに決まります。

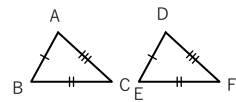


左：3辺が 6 cm・5 cm・4 cm 中：2辺 5 cm・4 cm とその間の角 50° 右：1辺 6 cm とその両端の角 40° ・ 65°

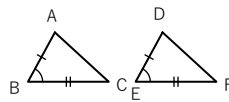
② 三角形の合同条件

三角形の合同条件 2つの三角形は、次のどれかが成り立つとき合同である。

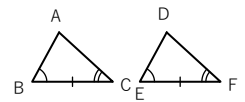
- 3組の辺がそれぞれ等しい
- 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
- 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい



1 3組の辺

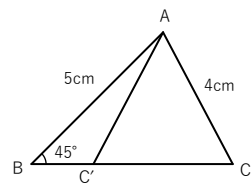


2 2組の辺とその間の角



3 1組の辺とその両端の角

③ 間でない角では決まらない



例 $AB=5\text{ cm}$ 、 $AC=4\text{ cm}$ 、 $\angle B=45^\circ$ とします。 $\angle B$ は辺 AB と辺 AC の間の角ではないので、 C の位置が2通りになります。 $\triangle ABC$ と $\triangle ABC'$ は、どちらも $AB=5\text{ cm}$ 、 $AC=4\text{ cm}$ 、 $\angle B=45^\circ$ ですが、合同ではありません。

- × 「2組の辺と1つの角」と覚えて、間でない角で合同とする ○ 間の角を指でさして確かめる
- × 「3組の角がそれぞれ等しい」を合同条件とする ○ どの合同条件にも辺が入る

合言葉 「間の角・両端の角を、指でさして確かめる」

13 合同な三角形のを見つけ方は？ — 等しい組を3つ

このページのゴール 条件や図の印から合同な三角形の組を見つけ、そのときの合同条件を言える

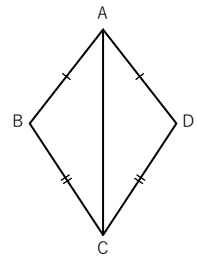
① 条件で判断する

△ABC と △DEF について、合同といえるかを調べます。

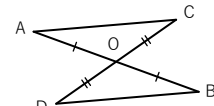
	条件	合同か	理由
(a)	$AB=DE, AC=DF, \angle A=\angle D$	合同	2組の辺とその間の角
(b)	$AB=DE, BC=EF, \angle A=\angle D$	いえない	$\angle A$ は AB と BC の間の角ではない
(c)	$BC=EF, \angle B=\angle E, \angle A=\angle D$	合同	$\angle C=\angle F$ も成り立ち、1組の辺とその両端の角

(c) では、2つの角が等しければ、3つ目の角も等しくなります（三角形の内角の和は 180° ）。

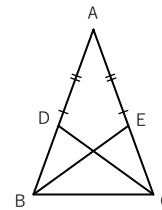
② 図の中の2つの三角形



$AB=AD, CB=CD$
 AC は共通
 3組の辺がそれぞれ等しいので
 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$



$AO=BO, CO=DO$
 $\angle AOC = \angle BOD$ (対頂角)
 2組の辺とその間の角が等しいので
 $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$



$AB=AC, AE=AD$
 $\angle A$ は共通
 2組の辺とその間の角が等しいので
 $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$

共通な辺・対頂角・共通な角は、図に印がなくても等しいと言えます。

③ あと1つの条件

例 △ABC と △DEF で $AB=DE, \angle B=\angle E$ のとき、あと1つ何が分かれば合同と言えるでしょうか。 $BC=EF$ なら、2組の辺とその間の角が等しくなります。 $\angle A=\angle D$ なら、1組の辺とその両端の角が等しくなります。 $\angle C=\angle F$ でも、3つ目の角から $\angle A=\angle D$ がいえるので、合同です。

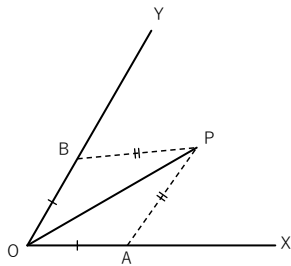
- × 共通な辺・対頂角を、図に印が無いからと使わない ○ 図にかいていなくても等しい
- × 2組の角だけで合同とする ○ 辺が1つ入る合同条件を使う

合言葉 「共通な辺・対頂角は、印が無くても等しい」

14 仮定と結論とは？ — ならばの前と後ろ

このページのゴール ことがらの仮定と結論を言え、角の二等分線の作図が正しいわけを、合同を使って説明できる

① 角の二等分線の作図が正しいわけ



中1の作図： $\angle XOY$ で、 O を中心とする円が OX 、 OY と交わる点を A 、 B とし、 A 、 B を中心とする同じ半径の円の交点を P として、半直線 OP をひく。 OP が角の二等分線になるのは、なぜでしょうか。

$\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において

同じ円の半径だから $OA = OB$ …①

同じ半径の円だから $AP = BP$ …②

共通な辺だから $OP = OP$ …③

①、②、③から、3組の辺がそれぞれ等しいので $\triangle AOP \cong \triangle BOP$

合同な図形の対応する角は等しいので $\angle AOP = \angle BOP$

② 仮定と結論

「 $\bigcirc\bigcirc$ ならば $\square\square$ 」の形のことがらで、 $\bigcirc\bigcirc$ の部分を仮定、 $\square\square$ の部分を結論という

①では、仮定は「 $OA = OB$ 、 $AP = BP$ 」、結論は「 $\angle AOP = \angle BOP$ 」です。

例1 「 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ならば、 $AB = DE$ 」 仮定は $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 、結論は $AB = DE$ 。

例2 「 x が 6 の倍数ならば、 x は 3 の倍数である」 仮定は x が 6 の倍数、結論は x は 3 の倍数。

例3 「対頂角は等しい」を「ならば」の形にすると、「2つの角が対頂角ならば、その2つの角は等しい」です。仮定は2つの角が対頂角、結論はその2つの角は等しい。

証明は、仮定から出発し、根拠となることがらを使って、結論を導きます。仮定は図に印でかきこみます。

× 仮定と結論を入れかえて言う ○ 「ならば」の前が仮定、後ろが結論

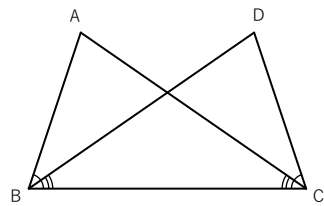
× 結論（まだ言えていないこと）を、証明の途中で根拠に使う ○ 仮定と、すでに正しいと分かっていることを根拠にする

合言葉 「ならばの前が仮定、後ろが結論」

15 証明の書き方は？ — 根拠・番号・合同条件

このページのゴール 三角形の合同条件を使う証明を、根拠を明らかにして書ける

① 証明の例



「 $\angle ABC = \angle DCB$ 、 $\angle ACB = \angle DBC$ ならば、 $AB = DC$ 」を証明します。仮定は $\angle ABC = \angle DCB$ と $\angle ACB = \angle DBC$ 、結論は $AB = DC$ です。

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

仮定から $\angle ABC = \angle DCB$ …①

仮定から $\angle ACB = \angle DBC$ …②

共通な辺だから $BC = CB$ …③

①、②、③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

合同な図形の対応する辺は等しいので $AB = DC$

② 書き方の決まり

1. 「 $\triangle \dots$ と $\triangle \dots$ において」と書く（対応する順）
2. 等しい辺・角を1行ずつ、前に根拠、後ろに …① を書く
3. 「①、②、③から、（合同条件） ので $\triangle \dots \equiv \triangle \dots$ 」と書く
4. 結論が辺や角なら「合同な図形の対応する辺（角）は等しいので」

③ 根拠になることがら

ことがら	使う場面
仮定・正三角形や正方形の辺と角	問題文の条件から等しいと言えるとき
共通な辺・共通な角	2つの三角形が同じ辺や角をもつとき
対頂角は等しい	2直線が交わっているとき
平行線の同位角・錯角は等しい	平行な直線があるとき
三角形の内角の和・外角の性質	3つ目の角や外角を使うとき
合同な図形の対応する辺・角は等しい	合同から辺や角が等しいと言うとき

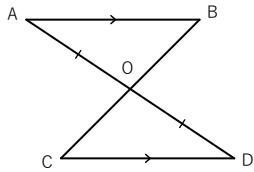
- × 根拠を書かない（「 $BC = CB$ 」だけ） ○ 「共通な辺だから」と書く
- × 合同条件を書かない・まちがえる ○ 合同条件まで書く
- × $\triangle ABC \equiv \triangle BCD$ と対応がずれる ○ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

合言葉 「根拠・番号・合同条件・ $\equiv$ 」

16 いろいろな証明は？ — 平行なら錯角

このページのゴール 平行線・対頂角・等しい角に同じ角をたす（ひく）考えを使って、合同を証明できる

① 平行線と対頂角



線分 AD と BC が点 O で交わっています。「 $AB \parallel CD$ 、 $AO = DO$ ならば $\triangle ABO \equiv \triangle DCO$ 」を証明します。

$\triangle ABO$ と $\triangle DCO$ において

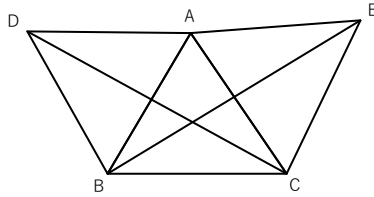
仮定から $AO = DO$ …①

$AB \parallel CD$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle BAO = \angle CDO$ …②

対頂角は等しいから $\angle AOB = \angle DOC$ …③

①、②、③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABO \equiv \triangle DCO$

② 等しい角に同じ角をたす



$\triangle ABC$ の辺 AB、AC をそれぞれ1辺とする正三角形 ABD、ACE を、 $\triangle ABC$ の外側につくります。

$\triangle ADC \equiv \triangle ABE$ を証明します。

$\triangle ADC$ と $\triangle ABE$ において

$\triangle ABD$ は正三角形だから $AD = AB$ …①

$\triangle ACE$ は正三角形だから $AC = AE$ …②

$\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC = 60^\circ + \angle BAC$

$\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE = \angle BAC + 60^\circ$ から $\angle DAC = \angle BAE$ …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ADC \equiv \triangle ABE$

正方形なら 90° で、「 90° + 共通な角」の形になります。

③ 同じ角をひく形

2つの正三角形 ABC、ADE で、D が辺 BC 上にあり、E が直線 AC について B と反対側にあるとき、 $\angle BAD = 60^\circ - \angle DAC$ 、 $\angle CAE = 60^\circ - \angle DAC$ なので、 $\angle BAD = \angle CAE$ です。

×②で $\angle DAC$ と $\angle BAE$ を「どちらも 60° 」とする ○ 60° は $\angle DAB$ と $\angle CAE$

×「見た目で等しい」を根拠にする ○ 仮定と性質を根拠にする

合言葉 「平行なら錯角、交われば対頂角」

確認問題① 多角形の角・対頂角・同位角と錯角

答えと解き方は22～25ページ（11・13枚目の紙）にあります。途中の式や考え方は、問題のわくの中にかきましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 多角形の内角の和 【2ページ】

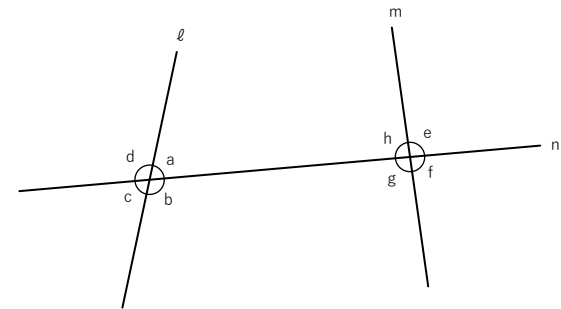
- (1) 十四角形の内角の和を求めなさい。
- (2) 正十八角形の1つの内角の大きさを求めなさい。
- (3) 内角の和が 2700° である多角形は何角形ですか。

2 多角形の外角の和 【3ページ】

- (1) 正十角形の1つの外角の大きさを求めなさい。
- (2) 1つの外角が 60° である正多角形は、正何角形ですか。
- (3) 1つの内角が 165° である正多角形は、正何角形ですか。

3 対頂角・同位角・錯角 【4ページ】

下の図は、直線 ℓ 、 m に直線 n が交わったものです（ ℓ と m は平行ではありません）。



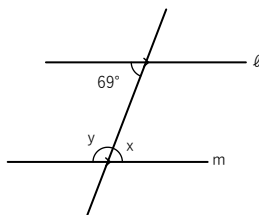
- (1) $\angle c$ の同位角を答えなさい。
- (2) $\angle b$ の錯角を答えなさい。
- (3) $\angle d$ の対頂角を答えなさい。

- (4) 下の図で、 x の大きさを求めなさい。

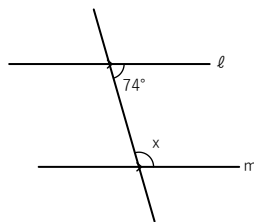
確認問題② 平行線と角・三角形の角

4 平行線と角 【5・6ページ】

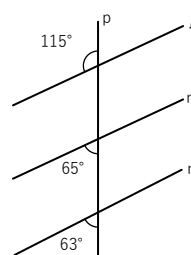
(1) $\ell \parallel m$ のとき、 x 、 y の大きさを求めなさい。



(2) $\ell \parallel m$ のとき、 x の大きさを求めなさい。

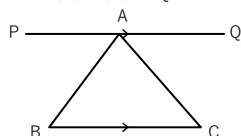


(3) 平行な2直線を、記号を使って答えなさい。



5 三角形の内角の和の証明 【7ページ】

(1) 三角形の内角の和が 180° であることの証明について、次の空らん ア～ウ にあてはまる語や数を答えなさい。右の図で、A を通り辺 BC に平行な直線 PQ をひく。



PQ $\parallel$ BC で、平行線の（ア）は等しいから $\angle PAB = \angle ABC$

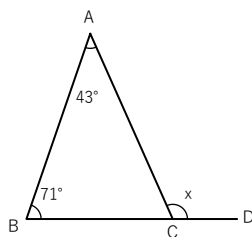
PQ $\parallel$ BC で、平行線の（イ）は等しいから $\angle QAC = \angle ACB$

一直線の角は（ウ） $^\circ$ だから $\angle PAB + \angle BAC + \angle QAC =$ （ウ） $^\circ$

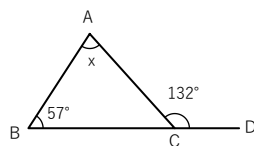
よって $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ$

6 三角形の内角と外角 【8ページ】

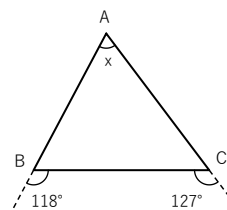
(1) 下の図で、 x の大きさを求めなさい。



(2) 下の図で、 x の大きさを求めなさい。



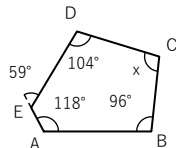
(3) $\triangle ABC$ の頂点 B、C の外角が 118° 、 127° のとき、 x の大きさを求めなさい。



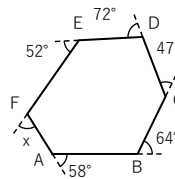
確認問題 ③ 多角形の角・折れ線・いろいろな図形

7 多角形の角を求める 【3・8ページ】

- (1) 五角形 ABCDE で、 $\angle A = 118^\circ$ 、 $\angle B = 96^\circ$ 、 $\angle D = 104^\circ$ 、頂点 E の外角が 59° のとき、 $x = \angle C$ の大きさを求めなさい。

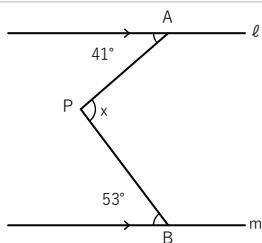


- (2) 六角形の外角のうち5つが $58^\circ \cdot 64^\circ \cdot 47^\circ \cdot 72^\circ \cdot 52^\circ$ のとき、残りの外角 x の大きさを求めなさい。

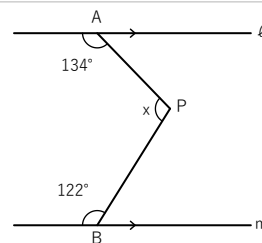


8 平行線と折れ線 【9ページ】

- (1) $\ell \parallel m$ のとき、 x の大きさを求めなさい。

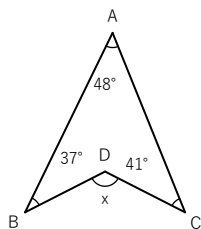


- (2) $\ell \parallel m$ のとき、 x の大きさを求めなさい。

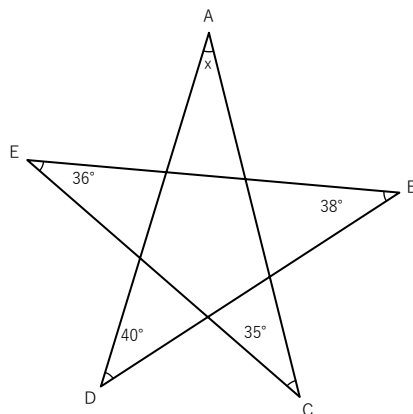


9 いろいろな図形の角 【10ページ】

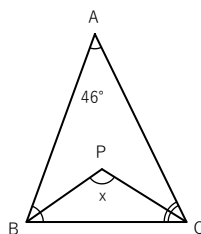
- (1) 下の図で、 x の大きさを求めなさい。



- (2) 下の星形で、先の5つの角のうち4つが $38^\circ \cdot 35^\circ \cdot 40^\circ \cdot 36^\circ$ のとき、 x の大きさを求めなさい。



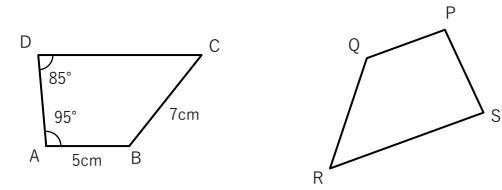
- (3) $\angle B$ 、 $\angle C$ の二等分線の交点を P とするとき、 $x = \angle BPC$ の大きさを求めなさい。



確認問題④ 合同

10 合同な図形 【11ページ】

四角形 $ABCD \equiv$ 四角形 $PQRS$ のとき、次のものを求めなさい。



- (1) 辺 QR の長さ
- (2) $\angle S$ の大きさ

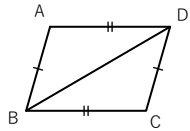
11 合同条件 【12・13ページ】

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ について、次の条件のとき、2つの三角形は合同といえますか。合同といえるときは合同条件を、いえないときはその理由を答えなさい。

- (1) $AB=DE$ 、 $BC=EF$ 、 $CA=FD$
- (2) $AC=DF$ 、 $BC=EF$ 、 $\angle A=\angle D$
- (3) $AB=DE$ 、 $\angle A=\angle D$ 、 $\angle C=\angle F$

12 合同の判断 【13ページ】

(1) 四角形 $ABCD$ で、 $AB=CD$ 、 $AD=CB$ です。対角線 BD をひいてできる合同な三角形の組を、記号 $\equiv$ を使って、対応する順に書きなさい。また、そのときの合同条件を答えなさい。



- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $BC=EF$ 、 $\angle C=\angle F$ のとき、あと1つ何が分かれば $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ といえますか。2通り答えなさい。

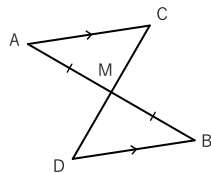
13 仮定と結論 【14ページ】

- (1) 「 x が4の倍数ならば、 x は偶数である」の仮定と結論を答えなさい。
- (2) 「合同な図形の対応する角は等しい」を「ならば」の形に書きかえ、仮定と結論を答えなさい。

確認問題 ⑤ 仮定・結論と証明

14 証明 【15・16ページ】

(1) 線分 AB と CD が点 M で交わり、M は線分 AB の中点で、 $AC \parallel DB$ です。
 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ の証明について、次の空らん ア～エ にあてはまる語を答えなさい。



$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において

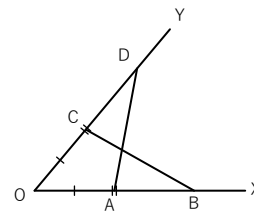
(ア) から $AM = BM$ …①

$AC \parallel DB$ で、平行線の (イ) は等しいから $\angle MAC = \angle MBD$ …②

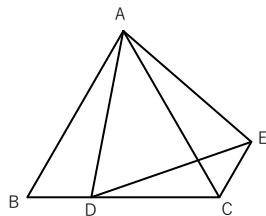
(ウ) は等しいから $\angle AMC = \angle BMD$ …③

①、②、③から、(エ) がそれぞれ等しいので $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$

(2) $\angle XOY$ の辺 OX 上に点 A、B を、辺 OY 上に点 C、D を、 $OA = OC$ 、 $OB = OD$ となるようにとります (A は O と B の間、C は O と D の間にあります)。このとき、 $AD = CB$ であることを証明しなさい。



(3) 2つの正三角形 ABC、ADE があり、点 D は辺 BC 上にあります (E は直線 AC について B と反対側にあります)。 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ を証明しなさい。



確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字の行が答え、【 】は読み直すページです。

1 多角形の内角の和 【2ページ】

- (1) $180 \times (14 - 2) = 180 \times 12 \leftarrow n = 14$ を $180^\circ \times (n - 2)$ に
- $180 \times 12 = 2160$ |
- 2160°
- (2) $180 \times (18 - 2) = 2880 \leftarrow$ 正十八角形の内角の和
- $2880 \div 18 = 160$ $\leftarrow$ 18個の角は等しいので 18 でわる
- 160°
- (3) $180 \times (n - 2) = 2700 \leftarrow$ n角形の内角の和が 2700°
- $n - 2 = 15 \leftarrow$ 両辺を 180 でわる
- $n = 17$ $\leftarrow$ 2を移項する
- 十七角形

2 多角形の外角の和 【3ページ】

- (1) $360 \div 10 = 36$ $\leftarrow$ 外角の和 360° を 10 でわる
- 36°
- (2) $360 \div 60 = 6$ $\leftarrow$ 外角の和 360° を 1つの外角でわる
- 正六角形
- (3) $180 - 165 = 15 \leftarrow$ 1つの外角
- $360 \div 15 = 24$ $\leftarrow$ 外角の和 360° を 1つの外角でわる
- 正二十四角形

3 対頂角・同位角・錯角 【4ページ】

- (1) $\angle c$ は ℓ と n の交点の左下の角です。 m と n の交点で同じ位置（左下）にある角は $\angle g$ です。
- $\angle g$
- (2) $\angle b$ は ℓ と n の交点の右下の角で、 ℓ と m の間にあります。 n の反対側（上側）で ℓ と m の間にある角は、 m と n の交点の左上の角です。
- $\angle h$
- (3) $\angle d$ は ℓ と n の交点の左上の角です。 向かい合う角は右下の角です。
- $\angle b$
- (4) $180 - (44 + 71) = 65 \leftarrow$ 間の角。一直線の角は 180°
- $x = 65$ $\leftarrow$ 対頂角は等しい

4 平行線と角 【5・6ページ】

- (1) $x = 69$ $\leftarrow$ 平行線の錯角は等しい
- $y = 180 - 69 \leftarrow$ 一直線の角は 180°
- $y = 111$ |
- $x = 69^\circ$ 、 $y = 111^\circ$
- (2) $x = 180 - 74 \leftarrow$ 平行線の間で、 n の同じ側の角の和は 180°
- $x = 106$ |
- (3) m の左下 65° の対頂角（右上）は 65° なので、 m の左上は $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ です。 ℓ の左上も 115° で、同位角が等しいから $\ell \parallel m$ です。 n の左下は 63° で、 m の左下 65° と等しくないので、 n は m に平行ではありません。
- ℓ と m ($\ell \parallel m$)

5 三角形の内角の和の証明 【7ページ】

- (1) ア 錯角、イ 錯角、ウ 180

$PQ \parallel BC$ で、 $\angle PAB$ と $\angle ABC$ 、 $\angle QAC$ と $\angle ACB$ は、どちらも Z の形の錯角です。一直線の角は 180° です。

ア 錯角 イ 錯角 ウ 180

6 三角形の内角と外角 【8ページ】

- (1) $x = 43 + 71$ ←外角は、とりにない2つの内角の和

$$x = 114 \mid$$

- (2) $x + 57 = 132$ ←外角は、とりにない2つの内角の和

$$x = 75 \quad \leftarrow 57 \text{ を移項する}$$

- (3) $180 - 118 = 62$ ← $\angle B$ 。一直線の角は 180°

$$180 - 127 = 53 \quad \leftarrow \angle C$$

$$x = 180 - (62 + 53) \quad \leftarrow \text{三角形の内角の和は } 180^\circ$$

$$x = 65 \mid$$

7 多角形の角を求める 【3・8ページ】

- (1) $180 - 59 = 121$ ← $\angle E$ (外角から内角に)

$$180 \times (5 - 2) = 540 \quad \leftarrow \text{五角形の内角の和}$$

$$118 + 96 + 104 + 121 = 439 \quad \leftarrow \angle C \text{ のほかの4つの角の和}$$

$$x = 540 - 439 \quad \leftarrow \text{内角の和からひく}$$

$$x = 101 \mid$$

- (2) $x = 360 - (58 + 64 + 47 + 72 + 52)$ ←外角の和は 360°

$$x = 67 \mid$$

8 平行線と折れ線 【9ページ】

- (1) P を通り ℓ に平行な補助線をひくと、錯角で上の部分は 41° 、下の部分は 53° です。

$$x = 41 + 53 \quad \leftarrow \text{補助線で分けた2つの角の和}$$

$$x = 94 \mid$$

- (2) A、B の角が外側にあるので、 180° からひいて内側の角にします。

$$180 - 134 = 46 \quad \leftarrow \text{補助線の上の部分}$$

$$180 - 122 = 58 \quad \leftarrow \text{補助線の下の部分}$$

$$x = 46 + 58 \quad \leftarrow \text{2つの角の和}$$

$$x = 104 \mid$$

9 いろいろな図形の角 【10ページ】

- (1) BD をのばして AC との交点を E とします。

$$48 + 37 = 85 \quad \leftarrow \angle BEC \text{ は } \triangle ABE \text{ の外角}$$

$$x = 85 + 41 \quad \leftarrow x \text{ は } \triangle EDC \text{ の外角}$$

$$x = 126 \mid$$

- (2) 星形の先の5つの角の和は 180° です。

$$x = 180 - (38 + 35 + 40 + 36) \quad \leftarrow \text{5つの角の和は } 180^\circ$$

$$x = 31 \mid$$

- (3) $180 - 46 = 134$ ← $\angle B + \angle C$

$$134 \div 2 = 67 \quad \leftarrow \angle PBC + \angle PCB \text{ (二等分線で半分ずつ)}$$

$$x = 180 - 67 \quad \leftarrow \triangle PBC \text{ の内角の和は } 180^\circ$$

$$x = 113 \mid$$

10 合同な図形 【11ページ】

- (1) 対応する辺は等しいので、 $QR=BC=7\text{ cm}$ です。

7 cm

- (2) S は D に対応する頂点です。対応する角は等しいので、 $\angle S=\angle D=85^\circ$ です。

85°

11 合同条件 【12・13ページ】

- (1) 3組の辺がそれぞれ等しいので、合同です。

合同（3組の辺がそれぞれ等しい）

- (2) $\angle A$ は、辺 AC と辺 BC の間の角ではありません（間の角は $\angle C$ ）。

合同といえない

- (3) 三角形の内角の和は 180° なので、 $\angle B=180^\circ - \angle A - \angle C$ 、 $\angle E=180^\circ - \angle D - \angle F$ です。 $\angle A=\angle D$ 、 $\angle C=\angle F$ だから $\angle B=\angle E$ です。
AB と DE が等しく、その両端の角 $\angle A$ と $\angle D$ 、 $\angle B$ と $\angle E$ が等しくなります。

合同（1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）

12 合同の判断 【13ページ】

- (1) $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ で、 $AB=CD$ 、 $AD=CB$ は仮定、 $BD=DB$ は共通な辺です。3組の辺がそれぞれ等しいので合同です。

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ （3組の辺がそれぞれ等しい）

- (2) $BC=EF$ 、 $\angle C=\angle F$ が分かっています。 $AC=DF$ なら、2組の辺とその間の角が等しくなります。 $\angle B=\angle E$ なら、1組の辺とその両端の角が等しくなります。 $\angle A=\angle D$ でも、3つ目の角が等しくなるので $\angle B=\angle E$ がいえ、合同です。

$AC=DF$ 、 $\angle B=\angle E$ （ $\angle A=\angle D$ でもよい）

13 仮定と結論 【14ページ】

- (1) 「 x が 4 の倍数」が「ならば」の前、「 x は偶数である」が後ろです。

仮定 x が 4 の倍数 結論 x は偶数である

- (2) 「2つの図形が合同ならば、対応する角は等しい」と書きかえます。

仮定 2つの図形が合同 結論 対応する角は等しい

(1) ア 仮定、イ 錯角、ウ 対頂角、エ 1組の辺とその両端の角

$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において

仮定から $AM=BM$ …①

$AC\parallel DB$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle MAC=\angle MBD$ …②

対頂角は等しいから $\angle AMC=\angle BMD$ …③

①、②、③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle AMC\equiv\triangle BMD$

(2) $\triangle OAD$ と $\triangle OCB$ において

仮定から $OA=OC$ …①

仮定から $OD=OB$ …②

共通な角だから $\angle AOD=\angle COB$ …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$

合同な図形の対応する辺は等しいので $AD=CB$

(3) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

$\triangle ABC$ は正三角形だから $AB=AC$ …①

$\triangle ADE$ は正三角形だから $AD=AE$ …②

$\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC=60^\circ-\angle DAC$

$\angle CAE=\angle DAE-\angle DAC=60^\circ-\angle DAC$ から $\angle BAD=\angle CAE$ …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$