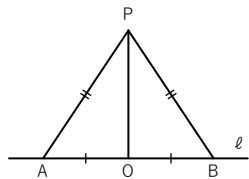


1 全体像	2～6 二等辺三角形	7・8 直角三角形	9～15 平行四辺形	16～18 特別な平行四辺形	19 面積
-------	------------	-----------	------------	----------------	-------

1
 三角形と四角形の全体像 ― 直角ができるわけ

このページのゴール
 この章で学ぶ二等辺三角形・直角三角形の合同・平行四辺形・特別な平行四辺形・平行線と面積が、どんなことかを、ざっと言える

①
 ロープだけで直角をつくる



- 地面の直線 ℓ の上の点 O で、ロープだけで直角をつくります。
- O から同じ長さのロープで、 ℓ 上に点 A 、 B をとる ($OA=OB$)。
 - A 、 B から同じ長さのロープをのばし、交わった点を P とする ($PA=PB$)。
 - O と P を結ぶと、 ℓ と OP が直角に交わる。

②
 いつも直角になるわけ（三角形の合同を使う）

$\triangle PAO$ と $\triangle PBO$ において

$OA=OB$ …①

$PA=PB$ …②

PO は共通 …③

①、②、③から、3組の辺がそれぞれ等しいので $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$

合同な図形の対応する角は等しいので $\angle POA = \angle POB$

A 、 O 、 B は一直線上にあり、 $\angle POA + \angle POB = 180^\circ$ だから $\angle POA = \angle POB = 90^\circ$

③
 この章で学ぶこと

三角形 PAB は、2つの辺が等しい二等辺三角形です。この章では、二等辺三角形や平行四辺形の性質を、合同を使って証明していきます。

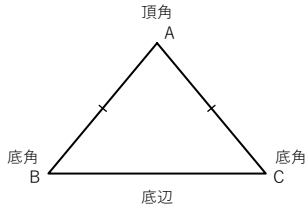
二等辺三角形 角の性質と、二等辺になる条件	くわしくは 2～6ページ
直角三角形の合同 直角三角形だけで使える合同条件	くわしくは 7・8ページ
平行四辺形 辺・角・対角線の性質と条件	くわしくは 9～15ページ
特別な平行四辺形 長方形・ひし形・正方形の関係	くわしくは 16～18ページ
平行線と面積 形を変えても面積が同じ三角形	くわしくは 19ページ

この単元の解説記事（図と例題つき）：
 [かてきょノート \(katekyo-note.com\)](https://katekyo-note.com/)
<https://katekyo-note.com/%e3%80%90%e4%b8%ad2%e6%95%b0%e5%ad%a6%e3%80%91%e4%b8%89%e8%a7%92%e5%bd%a2%e3%81%a8%e5%9b%9b%e8%a7%92%e5%bd%a2%e3%81%ae%e8%a6%81%t>

2 二等辺三角形の性質は？ — 底角は等しい

このページのゴール 定義と定理の意味を言え、二等辺三角形の底角が等しいことを証明できる

① 二等辺三角形の定義

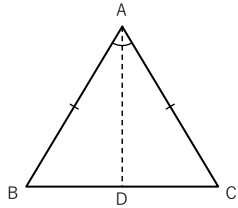


ことばの意味をはっきり述べたものを定義という。

二等辺三角形の定義：2つの辺が等しい三角形

等しい2辺の間の角を**頂角**、頂角に向かい合う辺を**底辺**、底辺の両はしの角を**底角**といいます。

② 底角が等しいことの証明（ $\angle A$ の二等分線と BC の交点を D とする）



$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において

仮定から $AB=AC$ …①

AD は $\angle A$ の二等分線だから $\angle BAD = \angle CAD$ …②

AD は共通 …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

合同な図形の対応する角は等しいので $\angle B = \angle C$

③ 定理

証明されたことがらのうち、大切にすぐ使われるものを定理という。

定理：二等辺三角形の2つの底角は等しい

④ 定義と定理の見分け方、証明の中での書き方

ことがら	種類	わけ
2つの辺が等しい三角形を二等辺三角形という	定義	ことばの決まり。証明しない
二等辺三角形の底角は等しい	定理	定義から証明した

証明の中では、「 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形だから $\angle ABC = \angle ACB$ 」や「二等辺三角形の底角は等しいから $\angle ABC = \angle ACB$ 」と、根拠を書きます。

× 底角が等しいことを証明するのに、途中で「底角は等しいから」を使う ○ 証明したいことを根拠にせず、角の二等分線をひいて合同を使う

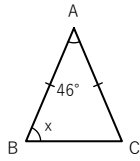
合言葉 「二等辺三角形と言われたら、底角が等しい」

3 二等辺三角形の角は？ — 頂角と底角を見分ける

このページのゴール 底角の性質を使って、二等辺三角形の角の大きさを求められる

① 角を求める 4つの形と、二等辺三角形が2つの形

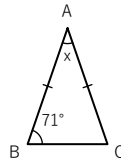
① 頂角から底角 $AB=AC$ 、 $\angle A=46^\circ$



$(180-46) \div 2 = 67$ ← 頂角をひいて2でわる（底角は等しい）

$x=67$ |

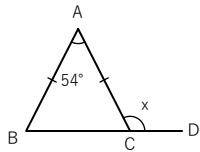
② 底角から頂角 $AB=AC$ 、 $\angle B=71^\circ$



$x=180-71 \times 2$ ← $\angle C=\angle B=71^\circ$ （底角は等しい）。内角の和は 180°

$x=38$ |

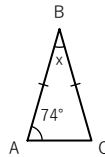
③ 外角 $AB=AC$ 、 $\angle A=54^\circ$



$x=180-(180-54) \div 2$ ← $\angle ACB=(180-54) \div 2=63^\circ$ （底角）。一直線は 180° （外角の性質で $54+63$ でもよい）

$x=117$ |

④ 頂角の位置 $BA=BC$ 、 $\angle A=74^\circ$

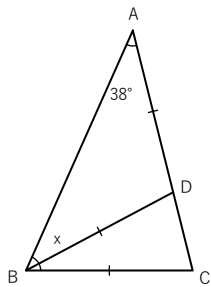


$74 \times 2 = 148$

← 等しい辺 BA、BC の間の $\angle B$ が頂角。 $\angle C=\angle A=74^\circ$

$x=180-148$ ← 内角の和は 180°

$x=32$ |



⑤ 二等辺三角形が2つ $AD=DB=BC$ 、 $\angle A=38^\circ$ 、 $x=\angle ABC$

$38+38=76$ ← $\angle BDC$ は $\triangle DAB$ の外角（ $\angle ABD=\angle A$ ）

$180-76 \times 2=28$ ← $\triangle BDC$ で $\angle C=76^\circ$ 、頂角 $\angle DBC$

$x=38+28$ ← $\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC$

$x=66$ |

$AB=AC$ 、 $\angle A=44^\circ$ で、 AC 上に $BD=BC$ となる点 D をとると、 $\angle C$ は $\triangle ABC$ と $\triangle BDC$ の両方の底角です。 $\angle C=(180-44) \div 2=68^\circ$ 、 $\angle DBC=180-68 \times 2=44^\circ$ 、 $\angle ABD=68-44=24^\circ$ です。

× 底角を $180-46$ として、2でわるのを忘れる ○ 底角は $(180-46) \div 2$

× ④ で $\angle A$ を頂角として $(180-74) \div 2$ とする ○ 等しい辺の間の $\angle B$ が頂角

合言葉 「等しい辺の間が頂角、残りの2つが底角」

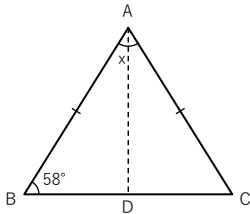
4 頂角の二等分線と正三角形は？ — 垂直に2等分

このページのゴール 頂角の二等分線の性質と、正三角形の3つの角を使える

① 頂角の二等分線の性質

2ページの証明の続きです。 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ から、 $BD = CD$ と $\angle ADB = \angle ADC$ が言えます。 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$ なので $180^\circ \div 2 = 90^\circ$ 、つまり $AD \perp BC$ です。

定理 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する



使う $AB = AC$ 、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とします。 $BC = 12\text{cm}$ 、 $\angle B = 58^\circ$ のとき、 BD の長さ x を求めます。

$$12 \div 2 = 6 \quad \leftarrow BD \text{ (底辺は垂直に2等分される)}$$

$$180 - (90 + 58) = 32 \quad \leftarrow \angle ADB = 90^\circ \text{ から、}\triangle ABD \text{ の内角の和は } 180^\circ$$

$$x = 32$$

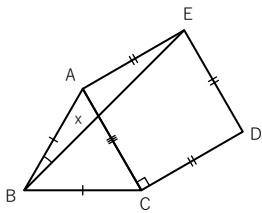
② 正三角形

3つの辺が等しい三角形を正三角形という。(定義)

$AB = AC$ と見れば $\angle B = \angle C$ 、 $BA = BC$ と見れば $\angle A = \angle C$ なので、 $\angle A = \angle B = \angle C$ です。

定理 正三角形の3つの角は等しい ($180^\circ \div 3 = 60^\circ$)

③ かくれた二等辺三角形



正三角形 ABC と、辺 AC を1辺とする正方形 $ACDE$ を、 $\triangle ABC$ の外側につくります。 x を求めます。問題文に「二等辺三角形」とあっても無くても、等しい辺を見つけます。 $AB = AC = AE$ だから $\triangle ABE$ は二等辺三角形です。

$$60 + 90 = 150 \quad \leftarrow \angle BAE = \angle BAC + \angle CAE$$

$$x = (180 - 150) \div 2 \quad \leftarrow \triangle ABE \text{ の底角は等しい}$$

$$x = 15$$

回転の中心から、もとの点・移った点までは等しいので、2点を結ぶと二等辺三角形（頂角は回転した角）。

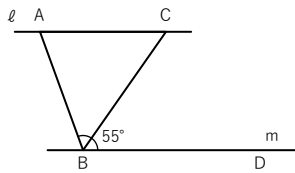
× 二等辺三角形でなくても、二等分線が辺を2等分するとして ○ 二等辺三角形の頂角だけ

合言葉 「頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分」

5 二等辺三角形になる条件は？ — 2つの角が等しい

このページのゴール 2つの角が等しい三角形は二等辺三角形であることを使って、二等辺三角形であることを証明できる

① 紙テープを折ると



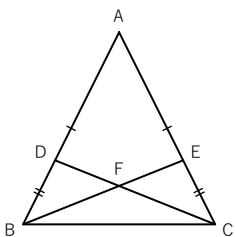
ふち l 、 m が平行な紙テープを、線分 BC で折ります。重なった $\triangle ABC$ は、折り返したので $\angle ABC = \angle CBD$ 、 $l \parallel m$ の錯角で $\angle ACB = \angle CBD$ です。よって $\angle ABC = \angle ACB$ 、2つの角が等しくなり、 $AB = AC$ になりそうです。

② 二等辺三角形になるための条件

定理 2つの角が等しい三角形は、その2つの角を底角とする二等辺三角形である（ $\angle B = \angle C$ ならば $AB = AC$ 。等しい角に向かい合う辺どうしが等しい）

わけ： $\angle A$ の二等分線 AD で $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ を比べると、 $\angle BAD = \angle CAD$ 、 AD は共通、内角の和から $\angle ADB = \angle ADC$ です。1組の辺とその両端の角が等しいので合同で、 $AB = AC$ です。

③ 二等辺三角形であることの証明



$AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、辺 AB 、 AC 上に $BD = CE$ となる点 D 、 E をとり、線分 BE と CD の交点を F とします。
 $\triangle FBC$ は二等辺三角形であることを証明します。

$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において

仮定から $BD = CE$ …①

BC は共通 …②

二等辺三角形の底角は等しいから $\angle DBC = \angle ECB$ …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle DBC \cong \triangle ECB$

合同な図形の対応する角は等しいので $\angle DCB = \angle ECB$

よって $\angle FCB = \angle FBC$

$\triangle FBC$ は2つの角が等しいので、二等辺三角形である

D 、 E が辺 AB 、 AC の中点のときも $BD = CE$ （半分ずつ）で同じ証明です。また、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の二等分線の交点を P とすると、 $\angle PBC = \angle PCB$ （等しい角の半分ずつ）で $\triangle PBC$ も二等辺三角形です。

× $\angle B = \angle C$ のとき、 AB と BC が等しいとする ○ 等しいのは、等しい角に向かい合う AC と AB

合言葉 「2つの角が等しければ、二等辺三角形」

6 逆と反例とは？ — 仮定と結論を入れかえる

このページのゴール このページの逆を言え、逆が正しいかどうかを、反例をあげて判断できる

① 逆

2ページの定理は「 $\triangle ABC$ で、 $AB=AC$ ならば $\angle B=\angle C$ 」です。5ページの「 $\angle B=\angle C$ ならば $AB=AC$ 」は、仮定と結論が入れかわっています。

あることがらの仮定と結論を入れかえたものを、もとのことがらの逆という

	仮定	結論
もとのことがら	$AB=AC$	$\angle B=\angle C$
その逆	$\angle B=\angle C$	$AB=AC$

② 逆が正しくないとき

「 $x=2$ ならば $x^2=4$ 」は正しいことがらです。その逆「 $x^2=4$ ならば $x=2$ 」はどうでしょうか。 $x=-2$ のときも $x^2=4$ になるので、正しくありません。

③ 反例

あることがらについて、仮定に合っていて、結論に合わない例を反例という

反例が1つでもあれば、そのことがらは正しくありません。②の反例は $x=-2$ です。

④ 図形の逆

「 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積は等しい」の逆は「面積が等しい2つの三角形は合同である」です。正しくありません。反例は、底辺 6cm ・高さ 4cm の三角形と、底辺 8cm ・高さ 3cm の三角形です。面積はどちらも $6 \times 4 \div 2 = 12\text{cm}^2$ と $8 \times 3 \div 2 = 12\text{cm}^2$ で等しいのに、合同ではありません。

「 $\triangle ABC$ が正三角形ならば、 $\angle B + \angle C = 120^\circ$ 」の逆「 $\angle B + \angle C = 120^\circ$ ならば、 $\triangle ABC$ は正三角形」も正しくありません。反例は $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle B = 40^\circ$ 、 $\angle C = 80^\circ$ の三角形です。

⑤ 逆も正しいもの

「2直線が平行ならば、同位角は等しい」の逆「同位角が等しければ、2直線は平行」は正しい（中2④）。

× 逆が正しくないと言うのに、反例をあげない ○ 反例を1つあげる

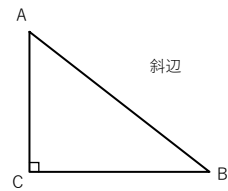
× 反例として、仮定に合わない例をあげる（②で $x=3$ は $x^2=4$ に合わない） ○ 仮定に合っていて、結論に合わない $x=-2$

合言葉 「反例は、仮定に合って、結論に合わない例」

7 直角三角形の合同条件は？ — 斜辺と、あと1つ

このページのゴール 斜辺の意味と2つの合同条件を言え、直角三角形の合同を判断できる

① 鋭角・鈍角・斜辺と、合同条件



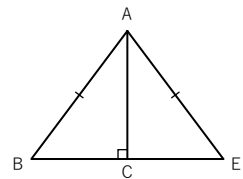
0° より大きく 90° より小さい角を鋭角、90° より大きく 180° より小さい角を鈍角という。直角三角形で、直角に向かい合う辺を斜辺という。

直角三角形の合同条件 2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき合同である。

1. 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
2. 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

② 合同条件のわけ

1 のわけ 直角と1つの鋭角が等しいと、内角の和から残りの角も等しいので、1組の辺（斜辺）とその両端の角がそれぞれ等しくなり、合同です。



2 のわけ 等しい辺 AC を合わせて並べると、B、C、E は一直線になり、 $AB = AE$ から $\triangle ABE$ は二等辺三角形です。底角が等しいので $\angle B = \angle E$ となり、斜辺と1つの鋭角が等しくて合同です。

③ 合同かどうかの判断（ $\angle C = \angle F = 90^\circ$ の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ ）

条件	合同か	合同条件・理由
(a) $AB = DE$ 、 $\angle A = \angle D$	合同	斜辺と1つの鋭角
(b) $AB = DE$ 、 $BC = EF$	合同	斜辺と他の1辺
(c) $AC = DF$ 、 $BC = EF$	合同	2組の辺とその間の角（間の角は直角）
(d) $AC = DF$ 、 $\angle A = \angle D$	合同	1組の辺とその両端の角（AC の両はしは $\angle A$ と直角）
(e) $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$	いえない	角だけでは大きさが決まらない

角が2つ等しければ3つ目の角も等しいので、両はしの角がそろうかを見ましょう。

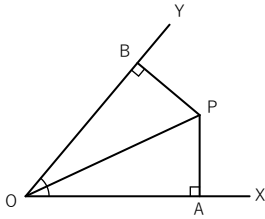
× 斜辺でない辺が等しいのに「斜辺と他の1辺」とする ○ 斜辺は、直角に向かい合う辺

合言葉 「直角を見たら、斜辺をさがす」

8 直角三角形の合同の証明は？ — 直角・斜辺を書く

このページのゴール 直角三角形の合同条件を使って、図形の性質を証明できる

① 角の二等分線と垂線



∠XOY の二等分線上の点 P から、辺 OX、OY に垂線 PA、PB をひきます。PA=PB を証明します。直角三角形の合同条件を使います。

△POA と △POB において

仮定から $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ …①

OP は共通 …②

OP は ∠XOY の二等分線だから $\angle POA = \angle POB$ …③

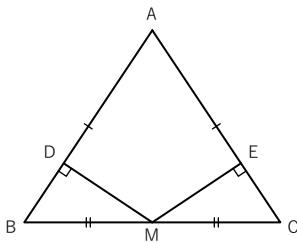
①、②、③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので $\triangle POA \equiv \triangle POB$

合同な図形の対応する辺は等しいので $PA = PB$

② 斜辺と他の1辺を使う

∠XOY の内部の点 P から OX、OY にひいた垂線 PA、PB が等しいとき、△POA と △POB は、 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 、OP は共通（斜辺）、PA=PB です。斜辺と他の1辺が等しいので合同になり、 $\angle POA = \angle POB$ が言えます。つまり OP は ∠XOY の二等分線で、OA=OB も言えます。

③ 二等辺三角形と垂線



AB=AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC の中点 M から、辺 AB、AC に垂線 MD、ME をひきます。MD=ME を証明します。

△DBM と △ECM において

仮定から $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$ …①

M は BC の中点だから $BM = CM$ …②

二等辺三角形の底角は等しいから $\angle DBM = \angle ECM$ …③

①、②、③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので $\triangle DBM \equiv \triangle ECM$

合同な図形の対応する辺は等しいので $MD = ME$

2つの直角三角形に共通な辺（BC など）が、斜辺になる組み合わせもあります。

× 直角三角形の合同条件を使うのに、「 $\angle \dots = \angle \dots = 90^\circ$ 」の行を書き忘れる ○ 直角であることを、最初を書く

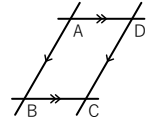
× 斜辺を、直角のとなりの辺とまちがえる ○ 斜辺は、直角に向かい合う辺

合言葉 「直角・斜辺・あと1つ」

9 平行四辺形の性質は？ — 対辺・対角・対角線

このページのゴール 平行四辺形の定義と3つの性質を言え、辺や角の大きさを求められる

① 対辺・対角・平行四辺形



幅のちがう2本のテープを重ねると、重なった部分の四角形 ABCD は、向かい合う辺がどちらも平行です。

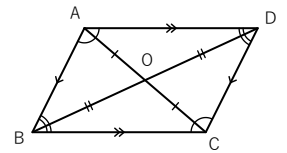
四角形の向かい合う辺を対辺、向かい合う角を対角という。平行四辺形の定義：2組の対辺がそれぞれ平行な四角形

平行四辺形 ABCD を $\square$ ABCD と書くことがあります（このプリントでは「平行四辺形 ABCD」と書きます）。

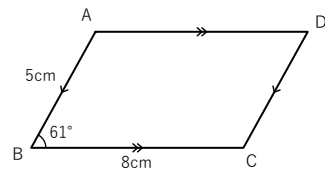
② 平行四辺形の性質

平行四辺形の性質（定理）

1. 2組の対辺はそれぞれ等しい
2. 2組の対角はそれぞれ等しい
3. 対角線はそれぞれの中点で交わる



③ 辺と角を求める



平行四辺形 ABCD で、 $AB=5\text{cm}$ 、 $BC=8\text{cm}$ 、 $\angle B=61^\circ$ のとき、他の辺と角を求めます。対辺は等しいので $CD=5\text{cm}$ 、 $AD=8\text{cm}$ 、対角は等しいので $\angle D=61^\circ$ です。 $AD \parallel BC$ で、平行線の間の同じ側の角の和は 180° なので $\angle A=180-61=119^\circ$ 、対角は等しいので $\angle C=119^\circ$ です。となり合う2つの角の和は 180° です。

④ 対角線と周の長さ 対角線の交点を O とします。 $AC=10\text{cm}$ のとき $OA=10 \div 2=5\text{cm}$ 、 $BD=14\text{cm}$ のとき $OB=14 \div 2=7\text{cm}$ です。周の長さが 30cm 、 $AB=6\text{cm}$ のとき、対辺が等しいので、となり合う2辺の和は周の半分で、 $BC=(30-6 \times 2) \div 2=9\text{cm}$ です。

- × となり合う角を等しいとする ○ 等しいのは対角。となり合う角は和が 180°
- × 平行四辺形の対角線の長さを等しいとする ○ 等しいとはかぎらない (17ページ)

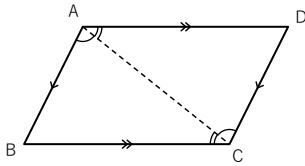
合言葉 「向かい合う辺・角は等しく、対角線は真ん中で交わる」

10 平行四辺形の性質のわけは？ — 対角線で合同

このページのゴール 平行四辺形の3つの性質を、定義と三角形の合同を使って証明できる

① 性質1・2（対辺・対角が等しい）

対角線 AC をひいて、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ の合同を使います。



$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において

$AB \parallel DC$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle BAC = \angle DCA$ …①

$AD \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle BCA = \angle DAC$ …②

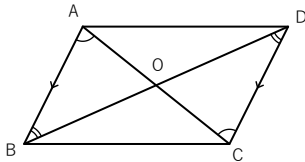
AC は共通 …③

①、②、③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

合同な図形の対応する辺・角は等しいので $AB = CD$ 、 $BC = DA$ 、 $\angle B = \angle D$

また、 $\angle A = \angle BAC + \angle DAC$ 、 $\angle C = \angle DCA + \angle BCA$ で、①、② から $\angle A = \angle C$ です。

② 性質3（対角線が中点で交わる）



対角線の交点を O とします。 $\triangle OAB$ と $\triangle OCD$ で、 $AB = CD$ （性質1）、 $AB \parallel DC$ の錯角で $\angle OAB = \angle OCD$ 、 $\angle OBA = \angle ODC$ です。1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ となり、 $OA = OC$ 、 $OB = OD$ が言えます。

③ 証明の根拠に使えること

証明の根拠に使えるのは、定義（2組の対辺が平行）と、すでに証明したことです。性質1は、性質3の証明に使えます。

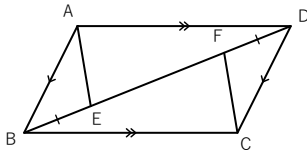
× 性質1を証明するのに「平行四辺形の対辺は等しいから」を使う ○ 証明したいことを根拠にせず、定義の平行から錯角を使う

合言葉 「平行と言われたら、錯角」

11 平行四辺形の性質を使うと？ — 錯角と二等辺三角形

このページのゴール 平行四辺形の性質を根拠にして、線分や角が等しいことを証明でき、角や辺の大きさを求められる

① 性質を根拠にした証明



平行四辺形 ABCD の対角線 BD 上に、 $BE = DF$ となる点 E、F をとります。 $AE = CF$ を証明します。

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において

平行四辺形の対辺は等しいから $AB = CD$ …①

仮定から $BE = DF$ …②

$AB \parallel DC$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle ABE = \angle CDF$ …③

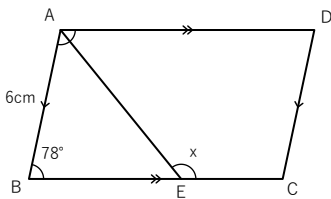
①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

合同な図形の対応する辺は等しいので $AE = CF$

根拠に使える平行四辺形の性質は、対辺は等しい・対角は等しい・対角線はそれぞれの中点で交わる ($OA = OC$) の3つと、平行なので錯角が等しいことです (中2④の対頂角とも組み合わせます)。

かいた図は代表 証明のためにかいた図は、仮定に合うすべての図の代表です。形をかえて図をかき直しても、同じ証明が使えます。

② 角の二等分線と二等辺三角形



平行四辺形 ABCD で、 $AB = 6\text{cm}$ 、 $AD = 10\text{cm}$ 、 $\angle B = 78^\circ$ です。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を E とします。x と EC の長さを求めます。

$$180 - 78 = 102 \quad \leftarrow \angle A. \text{となり合う角の和は } 180^\circ$$

$$102 \div 2 = 51 \quad \leftarrow \angle BAE \text{ (二等分線)}$$

$$x = 180 - 51 \quad \leftarrow \angle AEB = \angle DAE = 51^\circ \text{ (} AD \parallel BC \text{ の錯角) で、一直線は } 180^\circ$$

$$x = 129$$

$\angle BAE = \angle BEA$ なので $\triangle ABE$ は二等辺三角形で、 $BE = AB = 6\text{cm}$ です。 $EC = 10 - 6 = 4\text{cm}$ です。

平行線と角の二等分線があると、二等辺三角形ができます。

×③ で $\angle AEB$ を $\angle B$ と同じ 78° とする ○ $\angle AEB$ は $\angle DAE$ と等しい (錯角)

×③ で $AB = AE$ とする ○ 等しいのは、等しい角 $\angle BAE$ 、 $\angle BEA$ に向かい合う BE と AB

合言葉 「平行線と角の二等分線で、二等辺三角形」

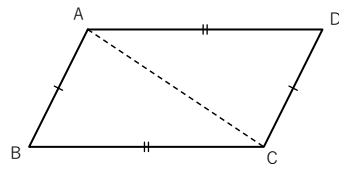
12 平行四辺形になる条件は？ — 2組の対辺が等しい

このページのゴール 2組の対辺がそれぞれ等しい四角形が平行四辺形であることを証明できる

① なぜ

長さの等しい棒を向かい合わせて4本つないだ四角形（ $AB=DC$ 、 $AD=BC$ ）は、関節を曲げて形が変わっても、向かい合う棒どうしがいつも平行のまま動きます。ロボットの足や、上下する台のしくみに使われています。

② 2組の対辺が等しいと平行四辺形



四角形 ABCD で $AB=CD$ 、 $BC=DA$ のとき、平行四辺形であることを証明します。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において

仮定から $AB=CD$ …①、 $BC=DA$ …②

AC は共通 …③

①、②、③から、3組の辺がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

合同な図形の対応する角は等しいので $\angle BAC = \angle DCA$ 、 $\angle BCA = \angle DAC$

錯角が等しいので $AB \parallel DC$ 、 $AD \parallel BC$

2組の対辺がそれぞれ平行なので、四角形 ABCD は平行四辺形である

③ 平行四辺形になるための条件

2組の対辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である
(9ページの性質1の、仮定と結論を入れかえた形＝逆です)

④ 対辺か、となり合う辺か

四角形 ABCD	平行四辺形といえるか	理由
$AB=6\text{cm}$ 、 $BC=9\text{cm}$ 、 $CD=6\text{cm}$ 、 $DA=9\text{cm}$	いえる	AB と CD 、 BC と DA が対辺。2組の対辺がそれぞれ等しい
$AB=BC=6\text{cm}$ 、 $CD=DA=9\text{cm}$	いえない	となり合う辺どうしが等しい（たこの形）

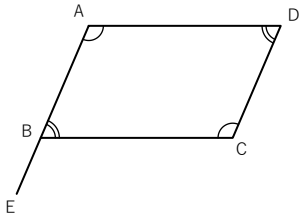
× となり合う辺が等しいことを「対辺が等しい」とする ○ 向かい合う辺（対辺）が等しいかを見る

合言葉 「性質の逆は、平行四辺形になる条件」

13 対角・対角線で平行四辺形に？ ― 性質の逆

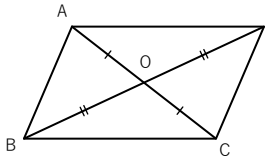
このページのゴール 2組の対角がそれぞれ等しい四角形・対角線がそれぞれの中点で交わる四角形が平行四辺形であることを説明できる

① 2組の対角が等しい四角形



四角形 ABCD で、 $\angle A = \angle C$ 、 $\angle B = \angle D$ のとき、4つの角の和は 360° なので $\angle A + \angle B = 180^\circ$ です。辺 AB を B の方へのばした点を E とすると、 $\angle CBE = 180^\circ - \angle B = \angle A$ です。同位角が等しいので $AD \parallel BC$ になります。同じように $AB \parallel DC$ も言えます。

② 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形



対角線の交点を O とします。OA = OC、OB = OD のとき、 $\triangle OAB$ と $\triangle OCD$ は、2組の辺とその間の角（対頂角）がそれぞれ等しいので合同です。すると $\angle OAB = \angle OCD$ （錯角）となり、 $AB \parallel DC$ です。同じように $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ から $AD \parallel BC$ が言えます。

③ 角の和から確かめる

四角形 ABCD で $\angle A = \angle C = 110^\circ$ 、 $\angle B = \angle D$ のとき、 $\angle B$ はいくつでしょうか。四角形の内角の和は 360° です。

$$360 - 110 \times 2 = 140 \quad \leftarrow \angle B \text{ と } \angle D \text{ の和（四角形の内角の和は } 360^\circ \text{）}$$

$$x = 140 \div 2 \quad \leftarrow \angle B = \angle D$$

$$x = 70$$

$\angle A + \angle B = 110 + 70 = 180$ （ $^\circ$ ）なので、① と同じように、平行四辺形です。

④ 条件

2組の対角がそれぞれ等しい四角形、対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である

× 「対角線の長さが等しい」を平行四辺形になる条件とする ○ 条件は「対角線がそれぞれの中点で交わる」こと

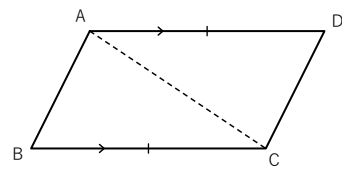
× $OA = OB$ のように、同じ対角線どうしでない半分の等しいときに「中点で交わる」とする ○ $OA = OC$ 、 $OB = OD$ のように、同じ対角線の2つの半分の等しい

合言葉 「対角線は、それぞれの中点で交われば平行四辺形」

14 平行四辺形になる条件の全部は？ — 5つ

このページのゴール 1組の対辺が平行で等しい四角形を説明し、5つの条件で判断できる

① 1組の対辺が平行で等しい四角形

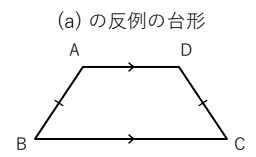


四角形 ABCD で $AD \parallel BC$ 、 $AD = BC$ のとき、対角線 AC をひくと、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ は、 $BC = DA$ 、錯角 $\angle BCA = \angle DAC$ 、AC は共通で合同になります。 $\angle BAC = \angle DCA$ で錯角が等しいので $AB \parallel DC$ となり、平行四辺形です。

② 平行四辺形になるための条件（5つ）

平行四辺形になるための条件 四角形は、次のどれかが成り立てば平行四辺形である。

- 2組の対辺がそれぞれ平行（定義）
- 2組の対辺がそれぞれ等しい
- 2組の対角がそれぞれ等しい
- 対角線がそれぞれの中点で交わる
- 1組の対辺が平行で、その長さが等しい



③ 平行四辺形といえるか（四角形 ABCD、対角線の交点を O）

条件	いえるか	理由
(a) $AD \parallel BC$ 、 $AB = DC$	いえない	平行な組と等しい組がちがう（反例は右上の台形）
(b) $AD \parallel BC$ 、 $AD = BC$	いえる	5（1組の対辺が平行で等しい）
(c) $\angle A = \angle C$ 、 $\angle B = \angle D$	いえる	3（2組の対角が等しい）
(d) $OA = OC$ 、 $OB = OD$	いえる	4（対角線がそれぞれの中点で交わる）
(e) $AB = BC$ 、 $CD = DA$	いえない	となり合う辺が等しい（たこの形）
(f) $AD \parallel BC$ 、 $\angle A = \angle C$	いえる	$\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = 180^\circ$ から $\angle B = \angle D$ で、3

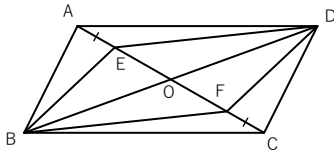
× (a) を 5 の条件とする ○ 5 は、平行な1組と長さの等しい1組が同じ組

合言葉 「平行で等しいのは、同じ1組」

15 平行四辺形であることの証明は？ — 条件を選ぶ

このページのゴール 平行四辺形になるための条件を使って、四角形が平行四辺形であることを証明できる

① 対角線の中点を使う



平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、線分 OA、OC 上に $AE = CF$ となる点 E、F をとります。四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明します。

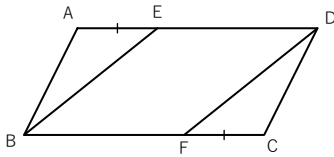
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから $OA = OC$ …①、 $OB = OD$ …②

仮定から $AE = CF$ …③

①、③から $OE = OA - AE = OC - CF = OF$ …④

②、④から、対角線がそれぞれの中点で交わるので、四角形 EBFD は平行四辺形である
等しい長さから、等しい長さをひきます。

② 1組の対辺が平行で等しいことを使う



平行四辺形 ABCD の辺 AD、BC 上に $AE = CF$ となる点 E、F をとります。四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明します。

$AD \parallel BC$ だから $ED \parallel BF$ …①

$AD = BC$ (対辺) と $AE = CF$ から $ED = AD - AE = BC - CF = BF$ …②

①、②から、1組の対辺が平行でその長さが等しいので、四角形 EBFD は平行四辺形である

③ 合同から長さを言ってから

平行四辺形 ABCD の頂点 A、C から対角線 BD に垂線 AE、CF をひくと、 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ は、 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ 、 $AB = CD$ 、 $\angle ABE = \angle CDF$ (錯角) です。直角三角形の斜辺と1つの鋭角が等しいので合同で、 $AE = CF$ となります。AE と CF はどちらも BD に垂直なので、錯角が 90° で等しく $AE \parallel CF$ です。1組の対辺が平行でその長さが等しいので、四角形 AECF は平行四辺形です。どの条件を使うかは、分かっていること (中点・平行・長さ・垂直) から選びます。

× まだ平行四辺形と言っていない四角形 EBFD の性質 (対辺が等しい) を根拠に使う ○ 分かっている平行四辺形 ABCD の性質を根拠にする

合言葉 「分かっていることから、5つの条件を選ぶ」

16

長方形・ひし形・正方形は？ — 平行四辺形の仲間

このページのゴール

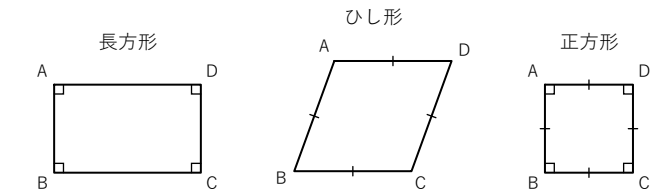
長方形・ひし形・正方形の定義を言え、平行四辺形との関係を説明できる

①

長方形・ひし形・正方形の定義

テープを垂直に重ねると長方形、同じ幅だとひし形、両方だと正方形になります。

長方形：4つの角がすべて等しい四角形
ひし形：4つの辺がすべて等しい四角形
正方形：4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形



②

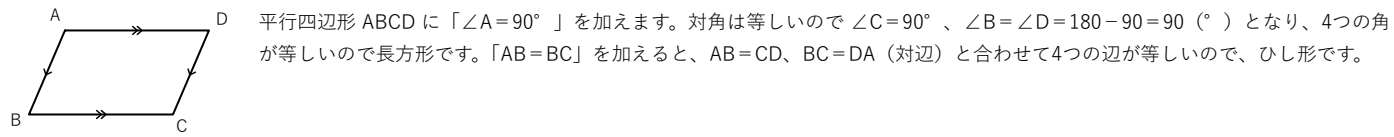
平行四辺形の仲間であるわけと、関係

長方形は2組の対角がそれぞれ等しいので、平行四辺形です（13ページ）。ひし形は2組の対辺がそれぞれ等しいので、平行四辺形です（12ページ）。正方形は、長方形でもあり、ひし形でもあります。長方形・ひし形・正方形は、平行四辺形の性質をすべてもちます。

四角形	条件を加える	できる四角形
平行四辺形	4つの角を等しくする	長方形
平行四辺形	4つの辺を等しくする	ひし形
長方形かつひし形	角も辺も等しい	正方形

③

条件を加える



平行四辺形 ABCD に「 $\angle A = 90^\circ$ 」を加えます。対角は等しいので $\angle C = 90^\circ$ 、 $\angle B = \angle D = 180 - 90 = 90$ （ $^\circ$ ）となり、4つの角が等しいので長方形です。「 $AB = BC$ 」を加えると、 $AB = CD$ 、 $BC = DA$ （対辺）と合わせて4つの辺が等しいので、ひし形です。

- ×
- 「正方形は長方形ではない」とする
-
- 4つの角が等しいので、正方形も長方形の仲間
-
- ×
- ひし形の定義を「対角線が垂直な四角形」とする
-
- 定義は4つの辺が等しい四角形（対角線は17ページの性質）

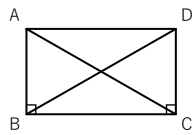
合言葉

「長方形+ひし形=正方形」

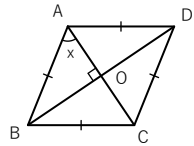
17 長方形・ひし形の対角線は？ — 長さと垂直

このページのゴール 対角線の性質を説明して使え、逆が正しくないことを反例で示せる

① 長方形・ひし形・正方形の対角線



長方形 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、 $AB=DC$ (対辺)、 BC は共通、 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ です。2組の辺とその間の角が等しいので合同で、 $AC=DB$ (対角線の長さが等しい) です。



ひし形 $\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ で、 $AB=AD$ (定義)、 $BO=DO$ (対角線は中点で交わる)、 AO は共通です。3組の辺が等しいので合同で、 $\angle AOB = \angle AOD$ 、和が 180° なので 90° です。

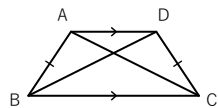
ひし形 ABCD で $\angle B = 68^\circ$ のとき、 $BA=BC$ の二等辺三角形 ABC で $x = \angle BAC$ を求めます。

$(180 - 68) \div 2 = 56$ ← 頂角 $\angle B = 68^\circ$ をひいて2でわる (底角は等しい)

$x = 56$

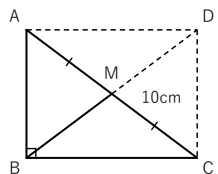
四角形	対角線の性質 (どれも中点で交わる)
長方形	長さが等しい
ひし形	垂直に交わる
正方形	長さが等しく、垂直に交わる

② 逆と反例



「長方形の対角線の長さは等しい」の逆「対角線の長さが等しい四角形は長方形」は正しくありません。反例は、 $AD \parallel BC$ 、 $AB = DC$ で平行四辺形でない台形です (左の図)。平行四辺形で、対角線の長さが等しければ長方形、垂直ならひし形です。

③ 直角三角形の斜辺の中点



長方形の対角線は長さが等しく中点で交わるので、交点 O では $OA=OB=OC=OD$ です。 $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC に点 D を足して長方形 ABCD をつくと (破線)、斜辺 AC は対角線で、その中点 M は対角線の交点です。だから M は、3つの頂点から等しい距離にあり、 $AC = 10\text{cm}$ なら $BM = 10 \div 2 = 5\text{cm}$ です。

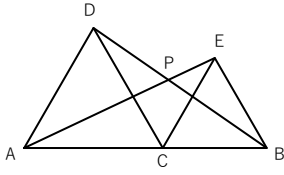
× 長方形とひし形の対角線の性質を逆にする ○ 長方形は長さが等しい、ひし形は垂直

合言葉 「角が等しい長方形は対角線の長さが等しく、辺が等しいひし形は垂直」

18 2つの正三角形でわかることは？ ― 回して重なる

このページのゴール 1点を共有する2つの正三角形の図で、合同な三角形を見つけて、線分が等しいことを証明できる

① 教科書の形



線分 AB 上に点 C をとり、AB の同じ側に正三角形 ACD、CBE をつくります。AE = DB を証明します。

△ACE と △DCB において

正三角形 ACD の辺だから AC = DC …①

正三角形 CBE の辺だから CE = CB …②

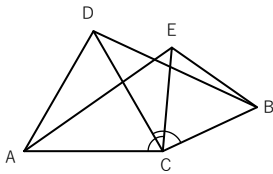
$\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 60^\circ + \angle DCE$ 、 $\angle DCB = \angle DCE + \angle ECB = \angle DCE + 60^\circ$ から $\angle ACE = \angle DCB$ …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$

合同な図形の対応する辺は等しいので AE = DB

△DCB を C を中心に 60° 回すと、△ACE に重なります。正方形2つなら、1つの角は 90° です。A、C、B が一直線で、AB の同じ側に正方形をつくると、等しい2つの角はどちらも 90° になります。

② 回しても成り立つ



正三角形 CBE を、C を中心に回した図です。A、C、B が一直線でなくても、この図のように $\angle ACE = 60^\circ + \angle DCE = \angle DCB$ が言えれば、同じ証明で AE = DB が成り立ちます。

① の図で、AE と DB の交わる角 $\angle APD$ は 60° です (△ACE ≡ △DCB の対応する角から言えます)。

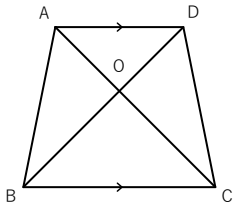
× $\angle ACE$ と $\angle DCB$ を「どちらも 60° 」とする ○ 60° なのは $\angle ACD$ と $\angle ECB$ 。 $\angle ACE$ と $\angle DCB$ は「 60° + 共通な角」

合言葉 「 60° + 共通な角」

19 平行線と面積は？ — 底辺と高さが同じなら

このページのゴール 底辺が共通で高さが等しい三角形の面積が等しいことを使って、面積の等しい三角形を見つけ、面積を変えずに形を変えられる

① 台形の中の面積の等しい三角形



台形 ABCD ($AD \parallel BC$) に対角線をひきます。 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ は、底辺 BC が共通で、高さ（平行な AD と BC の間の距離）が等しいので、面積が等しくなります。さらに $\triangle ABO = \triangle ABC - \triangle OBC$ 、 $\triangle DCO = \triangle DBC - \triangle OBC$ なので、 $\triangle ABO$ と $\triangle DCO$ の面積も等しくなります。

② 底辺が同じで高さが同じ

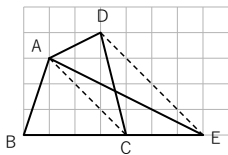
底辺が共通で、底辺に平行な直線上に頂点がある三角形の面積は等しい ($PQ \parallel AB$ ならば $\triangle PAB = \triangle QAB$)

面積が等しいことを、 $\triangle ABC = \triangle DBC$ と書きます。

③ 数で

① の図で、 $\triangle ABC = 15\text{cm}^2$ 、 $\triangle OBC = 9\text{cm}^2$ のとき、 $\triangle DBC = \triangle ABC = 15\text{cm}^2$ なので、 $\triangle DCO = \triangle DBC - \triangle OBC = 15 - 9 = 6\text{cm}^2$ です。

④ 面積を変えずに、四角形を三角形にする



対角線 AC をひき、 D を通り AC に平行な直線と、辺 BC の延長との交点を E とします。 $\triangle ACD = \triangle ACE$ （底辺 AC が共通、 $DE \parallel AC$ ）なので、四角形 $ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$ です。

方眼では、 AC は右へ3目もり進むと下へ3目もり下がります。 D から同じかたむきで進んで、 E を見つけます。1目もりを 1cm とすると、 $\triangle ABE = 7 \times 3 \div 2 = 10.5\text{cm}^2$ です。

土地の境界の折れ線を、面積を変えずにまっすぐな線にするときも、同じ考えです（折れた点を、平行な線にそって動かします）。

× 平行でない線の上に頂点がある三角形を、面積が等しいとする ○ 底辺が共通なら、高さが等しいとき（頂点が底辺に平行な直線上）に面積が等しい

× ① の $\triangle ABO$ と $\triangle DCO$ を合同とする ○ 面積は等しいが、合同とはかぎらない

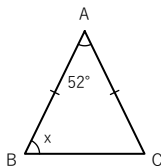
合言葉 「平行線の上なら、底辺が同じで面積も同じ」

確認問題 ① 二等辺三角形の角・定義と定理

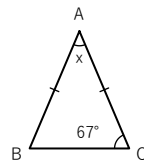
答えと解き方は26～29ページ（13・15枚目の紙）にあります。途中の式や考え方は、問題のわくの中にかきましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 二等辺三角形の角 【3ページ】

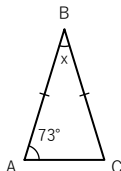
- (1) $AB=AC$ 、 $\angle A=52^\circ$ のとき、 $\angle B=x$ の大きさを求めなさい。



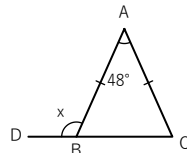
- (2) $AB=AC$ 、 $\angle C=67^\circ$ のとき、 $\angle A=x$ の大きさを求めなさい。



- (3) $BA=BC$ 、 $\angle A=73^\circ$ のとき、 $\angle B=x$ の大きさを求めなさい。

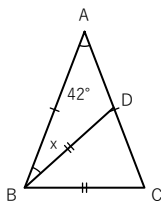


- (4) $AB=AC$ 、 $\angle A=48^\circ$ です。辺 CB を B の方へのばした外角 x の大きさを求めなさい。

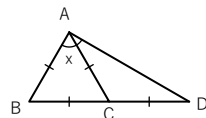


2 二等辺三角形が2つ・正三角形 【3・4ページ】

- (1) $AB=AC$ 、 $\angle A=42^\circ$ の二等辺三角形 ABC で、辺 AC 上に $BD=BC$ となる点 D をとります。 $\angle ABD=x$ の大きさを求めなさい。

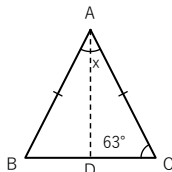


- (2) 正三角形 ABC で、辺 BC を C の方へのばした直線上に、 $CD=CA$ となる点 D をとります。 $\angle BAD=x$ の大きさを求めなさい。



3 頂角の二等分線・定義と定理 【2・4・9・16ページ】

- (1) $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とします。 $BC=14\text{cm}$ 、 $\angle C=63^\circ$ のとき、ア BD の長さ イ $\angle CAD=x$ の大きさを求めなさい。



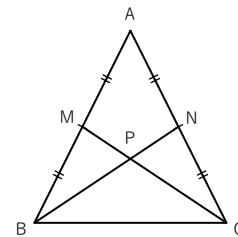
- (2) 次のア～エは、定義と定理のどちらですか。

- ア 正三角形の3つの角は等しい。
イ 4つの角がすべて等しい四角形を長方形という。
ウ 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。
エ 2組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という。

確認問題② 証明と逆・反例

4 二等辺三角形であることの証明 【5ページ】

(1) $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で、辺 AB 、 AC の中点をそれぞれ M 、 N とし、線分 BN と CM の交点を P とします。 $\triangle PBC$ は二等辺三角形であることを証明しなさい。



5 逆と反例 【6ページ】

次のことからの逆を書き、その逆が正しいかどうかを答えなさい。正しくないときは、反例を1つあげなさい。

(1) 「 x が 9 の倍数ならば、 x は 3 の倍数である」

(2) 「 $\triangle ABC$ が正三角形ならば、 $\angle A = 60^\circ$ である」

(3) 「 $a=b$ ならば、 $a+c=b+c$ である」

確認問題 ③ 直角三角形の合同・平行四辺形の辺と角

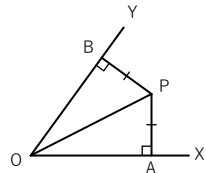
6 直角三角形の合同条件 【7ページ】

△ABC と △DEF で、 $\angle C = \angle F = 90^\circ$ です。次の条件のとき、 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ といえますか。いえるときは合同条件を、いえないときは「いえない」と答えなさい。

- (1) $AB = DE$ 、 $\angle B = \angle E$
- (2) $AB = DE$ 、 $AC = DF$
- (3) $AC = DF$ 、 $\angle B = \angle E$
- (4) $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$

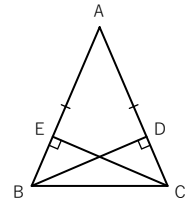
7 直角三角形の合同の証明 【8ページ】

(1) $\angle XOY$ の内部の点 P から、辺 OX 、 OY に垂線 PA 、 PB をひいたところ、 $PA = PB$ でした。 $OA = OB$ の証明の空らん ア～エ にあてはまることばを答えなさい。



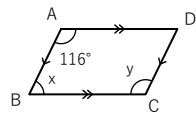
△POA と △POB において
仮定から $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ …①
仮定から $PA = (\text{ア})$ …②
 OP は (イ) …③
①、②、③から、直角三角形の (ウ) がそれぞれ等しいので $\triangle POA \cong \triangle POB$
合同な図形の (エ) は等しいので $OA = OB$

(2) $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC の頂点 B 、 C から、辺 AC 、 AB にそれぞれ垂線 BD 、 CE をひきます。 $BD = CE$ であることを証明しなさい。



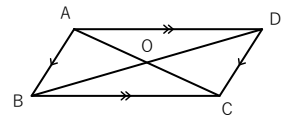
8 平行四辺形の辺と角 【9ページ】

(1) 平行四辺形 $ABCD$ で、 $\angle A = 116^\circ$ のとき、 $\angle B = x$ 、 $\angle C = y$ の大きさを求めなさい。



(2) 平行四辺形 $ABCD$ の周の長さが 34cm 、 $AB = 7\text{cm}$ のとき、辺 BC の長さを求めなさい。

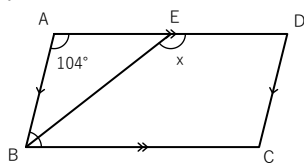
(3) 平行四辺形 $ABCD$ の対角線の交点を O とします。 $AC = 12\text{cm}$ 、 $OB = 9\text{cm}$ のとき、 OA の長さと BD の長さを求めなさい。



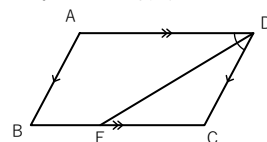
確認問題 ④ 平行四辺形の性質・平行四辺形になる条件

9 平行四辺形と二等辺三角形 【11ページ】

(1) 平行四辺形 ABCD で、 $\angle A = 104^\circ$ です。 $\angle B$ の二等分線と辺 AD の交点を E とするとき、 $\angle BED = x$ の大きさを求めなさい。

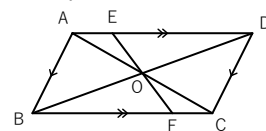


(2) 平行四辺形 ABCD で、 $AB = 6\text{cm}$ 、 $AD = 10\text{cm}$ です。 $\angle D$ の二等分線と辺 BC の交点を F とするとき、BF の長さを求めなさい。



10 平行四辺形の性質を使う証明 【10・11ページ】

(1) 平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線が、辺 AD、BC と交わる点を、それぞれ E、F とします。OE = OFであることを証明しなさい。



11 平行四辺形になるための条件 【12～14ページ】

四角形 ABCD で、次のとき、平行四辺形といえますか。いえるときは条件を、いえないときは「いえない」と答えなさい。

(1) $AB = DC$ 、 $AD = BC$

(2) $AB \parallel DC$ 、 $AB = DC$

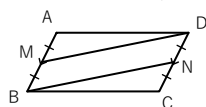
(3) $AB \parallel DC$ 、 $AD = BC$

(4) $AB \parallel DC$ 、 $\angle B = \angle D$

確認問題 ⑤ 平行四辺形であることの証明・特別な平行四辺形

12 平行四辺形であることの証明 【15ページ】

(1) 平行四辺形 ABCD の辺 AB、DC の中点をそれぞれ M、N とします。四角形 MBND は平行四辺形であることの証明の空らん ア～ウ にあてはまることばや記号を答えなさい。

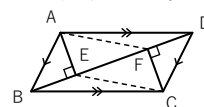


AB//DC だから MB// (ア) …①

AB=DC で、M、N はそれぞれ AB、DC の中点だから MB= (イ) …②

①、②から、(ウ) ので、四角形 MBND は平行四辺形である

(2) 平行四辺形 ABCD の頂点 A、C から、対角線 BD に垂線 AE、CF をひきます (E、F は BD 上の点)。四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



13 特別な平行四辺形 【16・17ページ】

(1) 平行四辺形 ABCD に、次のア～エの条件を加えると、長方形とひし形のどちらになりますか。

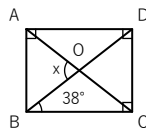
ア $\angle A = 90^\circ$

イ $AB = BC$

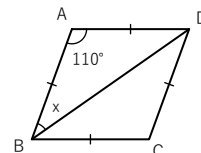
ウ $AC = BD$

エ $AC \perp BD$

(2) 長方形 ABCD の対角線の交点を O とします。 $\angle OBC = 38^\circ$ のとき、 $\angle AOB = x$ の大きさを求めなさい。



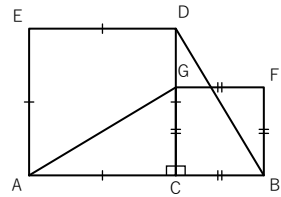
(3) ひし形 ABCD で、 $\angle BAD = 110^\circ$ のとき、 $\angle ABD = x$ の大きさを求めなさい。



確認問題 ⑥ 2つの正方形・平行線と面積

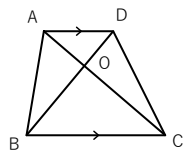
14 2つの正方形 【18ページ】

(1) 線分 AB 上に点 C をとり ($AC > CB$)、AB の同じ側に、AC、CB をそれぞれ1辺とする正方形 ACDE、CBFG をつくります (点 G は辺 CD 上にあります)。AG = DBであることを証明しなさい。



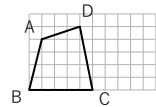
15 平行線と面積 【19ページ】

台形 ABCD ($AD \parallel BC$) の対角線 AC、BD の交点を O とします。



- (1) ア $\triangle ABD$ イ $\triangle ABO$ と面積が等しい三角形を、それぞれ答えなさい。
- (2) $\triangle ACD = 12\text{cm}^2$ 、 $\triangle AOD = 4\text{cm}^2$ のとき、 $\triangle ABO$ の面積を求めなさい。

(3) 方眼の1目もりを 1cm とします。四角形 ABCD と面積が等しく、点 E が辺 BC の延長上 (C より右) にある $\triangle ABE$ をつくります。点 E は、点 B から右へ何 cm の所にありますか。また、 $\triangle ABE$ の面積を求めなさい。



確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字の行が答え、【 】は読み直すページです。

1 二等辺三角形の角 【3ページ】

- (1) $180 - 52 = 128$ ←2つの底角の和（内角の和は 180° ）
 $x = 128 \div 2$ ←二等辺三角形の底角は等しい
 $x = 64$ |
- (2) $67 \times 2 = 134$ ← $\angle B = \angle C = 67^\circ$ （底角は等しい）
 $x = 180 - 134$ ←内角の和は 180°
 $x = 46$ |
- (3) $73 \times 2 = 146$ ← $\angle C = \angle A = 73^\circ$ （ $BA = BC$ の底角）
 $x = 180 - 146$ ←内角の和は 180°
 $x = 34$ |
- (4) $180 - 48 = 132$ ←底角の和
 $132 \div 2 = 66$ ← $\angle ABC$ （底角は等しい）
 $x = 180 - 66$ ←一直線は 180°
 $x = 114$ |

2 二等辺三角形が2つ・正三角形 【3・4ページ】

- (1) $(180 - 42) \div 2 = 69$ ← $\angle ABC = \angle C$ （ $AB = AC$ の底角）
 $180 - 69 \times 2 = 42$ ← $\angle DBC$ （ $BD = BC$ で $\angle BDC = \angle C = 69^\circ$ 。内角の和は 180° ）
 $x = 69 - 42$ ← $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC$
 $x = 27$ |
- (2) $180 - 60 = 120$ ← $\angle ACD$ （一直線。 $\angle ACB = 60^\circ$ ）
 $(180 - 120) \div 2 = 30$ ← $\angle CAD$ （ $CA = CD$ の二等辺三角形の底角）
 $x = 60 + 30$ ← $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$
 $x = 90$ |

3 頂角の二等分線・定義と定理 【2・4・9・16ページ】

- (1) ア BD の長さ
 $14 \div 2 = 7$ ←頂角の二等分線は底辺を垂直に2等分する
7cm
イ $\angle CAD$
 $180 - (90 + 63) = 27$ ← $\angle ADC = 90^\circ$ 。 $\triangle ADC$ の内角の和は 180°
 $x = 27$ |
- (2) ア 正三角形の3つの角が等しいことは、証明されたことなので定理です。イ 長方形のことばの意味を述べているので定義です。ウ 平行四辺形の性質として証明されたことなので定理です。エ 平行四辺形のことばの意味を述べているので定義です。
ア 定理 イ 定義 ウ 定理 エ 定義

4 二等辺三角形であることの証明 【5ページ】

- (1) $\triangle MBC$ と $\triangle NCB$ において
 M 、 N はそれぞれ AB 、 AC の中点で、 $AB = AC$ だから $MB = NC$ …①
 BC は共通 …②
二等辺三角形の底角は等しいから $\angle MBC = \angle NCB$ …③
①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle MBC \equiv \triangle NCB$
合同な図形の対応する角は等しいので $\angle MCB = \angle NBC$
よって $\angle PCB = \angle PBC$
 $\triangle PBC$ は2つの角が等しいので、二等辺三角形である

5 逆と反例 【6ページ】

- (1) 逆は「 x が3の倍数ならば、 x は9の倍数である」です。 $x = 6$ は3の倍数ですが9の倍数ではありません。
逆は正しくない。反例 $x = 6$
- (2) 逆は「 $\angle A = 60^\circ$ ならば、 $\triangle ABC$ は正三角形である」です。 $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle B = 50^\circ$ 、 $\angle C = 70^\circ$ の三角形は、 $\angle A = 60^\circ$ ですが正三角形ではありません。
逆は正しくない。反例 $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle B = 50^\circ$ 、 $\angle C = 70^\circ$ の三角形
- (3) 逆は「 $a + c = b + c$ ならば、 $a = b$ である」です。両辺から c をひくと $a = b$ になります。
逆は正しい

6 直角三角形の合同条件 【7ページ】

- (1) 斜辺 $AB=DE$ と、1つの鋭角 $\angle B = \angle E$ が等しいです。
いえる（斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい）
- (2) 斜辺 $AB=DE$ と、他の1辺 $AC=DF$ が等しいです。
いえる（斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい）
- (3) $\angle C = \angle F = 90^\circ$ と $\angle B = \angle E$ から、3つ目の角 $\angle A = \angle D$ も等しくなります。ACの両はしの角（ $\angle A$ と $\angle C$ ）が、DFの両はしの角（ $\angle D$ と $\angle F$ ）と等しくなります。
いえる（1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）
- (4) 角が3つとも等しくても、辺の長さが決まらないので、大きさがちがう三角形もあります。
いえない

7 直角三角形の合同の証明 【8ページ】

- (1) $PA=PB$ （仮定）と、OPが共通（斜辺）で、直角三角形の斜辺と他の1辺が等しくなります。
ア PB イ 共通 ウ 斜辺と他の1辺 エ 対応する辺
- (2) $\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において
仮定から $\angle BDC = \angle CEB = 90^\circ$ …①
BCは共通 …②
二等辺三角形の底角は等しいから $\angle DCB = \angle ECB$ …③
①、②、③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$
合同な図形の対応する辺は等しいので $BD=CE$

8 平行四辺形の辺と角 【9ページ】

- (1) $x = 180 - 116 = 64$ ← $AD \parallel BC$ で、となり合う角の和は 180°
 $y = 116$ ← $\angle C = \angle A$ （対角は等しい）
 $\angle B = 64^\circ$ 、 $\angle C = 116^\circ$
- (2) $34 - 7 \times 2 = 20$ ← 周の長さから AB と CD をひく（ $AB=CD$ ）
 $20 \div 2 = 10$ ← 残りは BC と DA で、 $BC=DA$
10cm
- (3) $12 \div 2 = 6$ ← OA。対角線はそれぞれの中点で交わる
 $9 \times 2 = 18$ ← $BD=OB \times 2$ 。O は BD の中点
OA=6cm、BD=18cm

9 平行四辺形と二等辺三角形 【11ページ】

- (1) $180 - 104 = 76$ ← $\angle ABC$ 。となり合う角の和は 180°
 $76 \div 2 = 38$ ← $\angle EBC$ （二等分線）
 $x = 180 - 38$ ← $\angle AEB = \angle EBC = 38^\circ$ （ $AD \parallel BC$ の錯角）で、一直線は 180°
 $x = 142$
- (2) $AD \parallel BC$ の錯角で $\angle CFD = \angle ADF$ です。 $\angle ADF = \angle CDF$ （二等分線）だから
 $\angle CFD = \angle CDF$ となり、 $\triangle CDF$ は $CF=CD$ の二等辺三角形です。
 $10 - 6 = 4$ ← $BF=BC-CF$ （ $BC=AD=10\text{cm}$ 、 $CF=CD=AB=6\text{cm}$ ）
4cm

10 平行四辺形の性質を使う証明 【10・11ページ】

- (1) $\triangle OAE$ と $\triangle OCF$ において
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから $OA=OC$ …①
 $AD \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから $\angle OAE = \angle OCF$ …②
対頂角は等しいから $\angle AOE = \angle COF$ …③
①、②、③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle OAE \equiv \triangle OCF$
合同な図形の対応する辺は等しいので $OE=OF$

11 平行四辺形になるための条件 【12～14ページ】

- (1) 2組の対辺がそれぞれ等しいです。

いえる (2組の対辺がそれぞれ等しい)

- (2) 1組の対辺 AB と DC が、平行で長さが等しいです。

いえる (1組の対辺が平行でその長さが等しい)

- (3) 平行な組 (AB と DC) と、長さの等しい組 (AD と BC) がちがいます。

AB//DC、AD=BC の台形のような反例があります。

いえない

- (4) AB//DC だから $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 、 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ です。 $\angle B = \angle D$ から $\angle A = \angle C$ になり、2組の対角がそれぞれ等しくなります。

いえる (2組の対角がそれぞれ等しい)

12 平行四辺形であることの証明 【15ページ】

- (1) MB、DN は辺 AB、DC の一部なので、AB//DC から MB//DN、AB=DC の半分ずつで MB=DN です (MB//DC も正しい文ですが、四角形 MBND の辺の DN を答えます)。

ア DN イ DN ウ 1組の対辺が平行でその長さが等しい

- (2) $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において

仮定から $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ …①

平行四辺形の対辺は等しいから $AB = CD$ …②

AB//DC で、平行線の錯角は等しいから $\angle ABE = \angle CDF$ …③

①、②、③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \cong \triangle CDF$

合同な図形の対応する辺は等しいので $AE = CF$ …④

$AE \perp BD$ 、 $CF \perp BD$ で、錯角が 90° で等しいから $AE \parallel CF$ …⑤

④、⑤から、1組の対辺が平行でその長さが等しいので、四角形 AECF は平行四辺形である

13 特別な平行四辺形 【16・17ページ】

- (1) ア $\angle A = 90^\circ$ なら対角の $\angle C = 90^\circ$ 、 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ で、4つの角が等しくなります。イ $AB = BC$ なら対辺も等しく、4つの辺が等しくなります。ウ 対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形です。エ 対角線が垂直な平行四辺形はひし形です。

ア 長方形 イ ひし形 ウ 長方形 エ ひし形

- (2) $38 + 38 = 76 \leftarrow \angle AOB$ は $\triangle OBC$ の外角。OB=OC だから $\angle OCB = \angle OBC = 38^\circ$

$$x = 76 \mid$$

- (3) $(180 - 110) \div 2 = 35 \leftarrow AB = AD$ の二等辺三角形 ABD の底角

$$x = 35 \mid$$

14 2つの正方形 【18ページ】

- (1) $\triangle ACG$ と $\triangle DCB$ において

正方形 ACDE の辺だから $AC = DC$ …①

正方形 CDFG の辺だから $CG = CB$ …②

$\angle ACG = \angle DCB = 90^\circ$ …③

①、②、③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ACG \cong \triangle DCB$

合同な図形の対応する辺は等しいので $AG = DB$

15 平行線と面積 【19ページ】

- (1) ア $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ は、底辺 AD が共通で、 $AD \parallel BC$ だから高さが等しいです。
イ $\triangle ABC = \triangle DBC$ (底辺 BC が共通) から、共通な $\triangle OBC$ をひいた $\triangle ABO$ と $\triangle DCO$ の面積が等しくなります。

ア $\triangle ACD$ イ $\triangle DCO$

- (2) $\triangle ABD = \triangle ACD = 12\text{cm}^2$ です。

$$12 - 4 = 8 \leftarrow \triangle ABO = \triangle ABD - \triangle AOD$$

$$8\text{cm}^2$$

- (3) 対角線 AC をひき、 D を通り AC に平行な直線と、辺 BC の延長との交点を E とします。 AC は右へ4目もり進むと下へ4目もり下がるので、 D から下へ5目もり下がると、右へ5目もり進みます。

$$4 + 5 = 9 \leftarrow BE。D \text{ は } B \text{ から右へ4目もりの所}$$

$$9 \times 4 \div 2 = 18 \leftarrow \triangle ABE = \text{底辺 } BE \times \text{高さ } 4\text{cm} \div 2$$

四角形 $ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$ なので、四角形 $ABCD$ の面積も 18cm^2 です。

B から右へ 9cm、 $\triangle ABE$ の面積は 18cm^2