

2 関数とは？ — x を決めると y がただ1つに決まる

このページのゴール 2つの数量が関数の関係かどうかを見分け、「 y は x の関数である」と言える

① ともなって変わる2つの数量（1ページの水そう）

時間 x 分を決めると、深さ y cm がただ1つに決まる

x	0	2	4	6
y	0	6	12	18

② 変数と関数

x 、 y のように、いろいろな値をとる文字を変数という。ともなって変わる2つの変数 x 、 y があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つに決まるとき、 y は x の関数であるという。

③ 関数か、関数でないか

x と y の関係	関数か	わけ
自然数 x の約数 y	関数でない	$x=6$ のとき、 y は 1、2、3、6 と1つに決まらない
自然数 x の約数の個数 y	関数	$x=6$ なら4個と、ただ1つに決まる
身長 x cm の人の体重 y kg	関数でない	同じ身長でも、体重はいろいろ
1000円出して、1本60円の鉛筆を x 本買ったときのおつり y 円	関数	本数を決めると、おつりが1つに決まる

④ 関数の関係を式で表す

鉛筆の例で、おつり = 出したお金 - 代金 です。代金は $60 \times x = 60x$ (円) なので、

$$y = 1000 - 60x$$

式で表せると、 x に数を入れて y を計算できます ($x=5$ なら $1000 - 60 \times 5 = 700$ 円)。

⑤ 求めたい数量と、関数の関係にある数量

紙の束の枚数は、数えにくい数量です。でも、枚数を決めると重さがただ1つに決まるので、重さは枚数の関数です。重さは量りやすいので、重さから枚数を求められます (14ページ)。

× 「 x が増えると y も増える」ことが関数の意味だと思う ○ おつりは x が増えると y が減りますが、関数です

合言葉 「 x を決めると y がただ1つ → y は x の関数」

3 変域とは？ — 変数のとる値の範囲

このページのゴール 変数のとる値の範囲を、不等号と数直線で表せる

① 変域と不等号

変数のとる値の範囲を変域という。変域は不等号で表す。 $\geq$ は「その数をふくむ」（以上・以下）、 $<$ は「ふくまない」（未満・より小さい・より大きい）。

数直線では、ふくむ数を●、ふくまない数を○でかきます。

② ことば → 不等号 → 数直線

ことば	不等号	数直線
x は3以上	$x \geq 3$	
x は5未満	$x < 5$	
x は -2以上4未満	$-2 \leq x < 4$	
x は0より大きく8以下	$0 < x \leq 8$	

③ 場面から変域を決める

1ページの水そう（深さ36cm、毎分3cmずつ深くなる）で、入れ始めてから満水になるまでを調べます。満水になるのは $36 \div 3 = 12$ （分後）なので、時間 x 分の変域は $0 \leq x \leq 12$ です。

深さ y cm の変域は、 x の両はしの値のときの y を計算して決めます。 $x = 0$ のとき $y = 0$ 、 $x = 12$ のとき $3 \times 12 = 36$ なので、 $0 \leq y \leq 36$ です。

④ 「以上」「未満」が使われる場面

「6歳以上12歳未満は子ども料金」の年齢を x 歳とすると、6歳はふくみ、12歳はふくみません。変域は $6 \leq x < 12$ です。

- × 「12歳未満」の12を●にする ○ 12歳はふくまないので○
- × 「3以上」を $x \leq 3$ と書く ○ 「3以上」は $x \geq 3$ （不等号の向きに気をつける）

合言葉 「 $\geq$ は●（ふくむ）、 $<$ は○（ふくまない）」

4 比例と反比例とは？ — y を x の式で表して見分ける

このページのゴール 場面を $y =$ の式にして、比例か・反比例か・どちらでもないかを言える

① 小学校の見直し → 中学の言い方

y が x の関数で、 $y = ax$ で表されるとき、y は x に比例するという。 $y = \frac{a}{x}$ で表されるとき、y は x に反比例するという。a は0でない定数（決まった数）で、比例定数という。

1個70円のみかん x 個の代金 y 円は $y = 70x$ 。比例で、比例定数は70です。面積28cm²の長方形の縦 x cm、横 y cm は $xy = 28$ から $y = \frac{28}{x}$ 。反比例で、比例定数は28です。

② 式にするコツ

分からないときは、x に計算しやすい数を入れて y を計算し、ことばの式から $y =$ の式にします。分速70mで x m 進む時間を y 分とします。

x (m)	70	140	210
y (分)	$70 \div 70 = 1$	$140 \div 70 = 2$	$210 \div 70 = 3$

時間＝道のり÷速さ より $y = \frac{x}{70}$ 。 $\frac{1}{70}x$ と同じ形なので比例です。

図形は「面積＝」から式をつくります。面積 x cm²、高さ6cmの平行四辺形の底辺を y cm とすると、面積＝底辺×高さ より $x = 6y$ 。y＝ の形に直して $y = \frac{x}{6}$ （比例）です。

③ 式の形で見分ける

式の形	見分け
$y = ax$ ($y = \frac{x}{6}$ のように x が分子の分数も)	比例
$y = \frac{a}{x}$ (x が分母)	反比例
それ以外 例 1000mLのジュースを x mL 飲んだ残り y mL は $y = 1000 - x$	どちらでもない

× $y = \frac{x}{70}$ を「分数だから比例でない」とする ○ $\frac{1}{70}x$ と同じ形なので比例
× $y = \frac{2}{x}$ を比例とする ○ x が分母にあるので反比例
× 「x が増えると y が減るから反比例」とする ○ $y = 1000 - x$ は減りますが、どちらでもない

合言葉 「まず $y =$ の式にしてから見分ける」

5 比例の性質は？ — x や a が負の数でも成り立つ

このページのゴール x や比例定数が負の数のときも、比例の表の性質（2倍・3倍、 $y \div x$ の値）を使える

① 負の数が出る場面

ある水そうの水面が、毎分2cmずつ下がっています。今の水面の高さを0cm、上を正の数として、x 分後の水面の高さを y cm とします。1分後は -2cm、2分後は -4cm なので、次の式になります。わくでかこんだ数が比例定数です。

$$y = \boxed{-2}x$$

3分前は $x = -3$ で、 $-2 \times (-3) = 6$ (cm)。3分前の水面は、今より6cm上です。

② 表で調べる

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4	-6

x が -1 から -2 になる（2倍）と、y は 2 から 4 になります（2倍）。x が 1 から 3 になる（3倍）と、y は -2 から -6 になります（3倍）。**比例定数が負でも、x が2倍、3倍…になると y も2倍、3倍…になります。**

③ もう1つの性質

x が0でないとき、 $\frac{y}{x}$ ($y \div x$) の値は一定で、比例定数 a に等しい。

表で確かめます。 $6 \div (-3) = -2$ 、 $4 \div (-2) = -2$ 、 $(-6) \div 3 = -2$ で、どれも比例定数 -2 になります。

④ 値の変化

$a > 0$ なら、x が増えると y も増えます。 $a < 0$ なら、x が増えると y は減ります（ $y = -2x$ の表で、x が -3 から 3 へ増えると、y は 6 から -6 へ減っています）。

× 「 $y = -2x$ は x が増えると y が減るから、比例でない」とする ○ 比例は「2倍、3倍」の関係で見ます。a が負なら減ります
× $x = 0$ の列で $y \div x$ を計算しようとする ○ $y \div x$ は x が0でないときだけ

合言葉 「比例は、x が○倍なら y も○倍。 $y \div x$ は a と同じ」

6 比例の式はどう求めるの？ — 1組の x 、 y から a を出す

このページのゴール 1組の x 、 y の値から比例の式を求め、ほかの値を求められる

① 求め方の手順

太字に下線の数が、代入した数です。

- ① $y = ax$ と書く
- ② 分かっている x 、 y の値を代入する
- ③ 方程式を解いて、 a を求める
- ④ $y = \square x$ の形で答える ($a = -3$ で終わらない)
- ⑤ (値を聞かれたら) 求めた式に代入する

② 例1・例2

例1 $x=5$ のとき $y=-15$

$$y = ax \quad \leftarrow \text{① 比例の式}$$

$$\underline{-15} = a \times \underline{5} \quad \leftarrow \text{② } x=5, y=-15 \text{ を代入}$$

$$5a = -15 \quad \leftarrow \text{③ 左辺と右辺を入れかえ}$$

$$a = -3 \quad \leftarrow \text{両辺を5でわる}$$

$$\underline{y = -3x} \quad \leftarrow \text{④ 式}$$

$$\text{⑤ } x = -4 \text{ のとき } -3 \times (-4) = 12$$

例2 $x=-6$ のとき $y=4$ (a が分数)

$$y = ax \quad \leftarrow \text{比例の式}$$

$$\underline{4} = a \times (\underline{-6}) \quad \leftarrow x=-6, y=4 \text{ を代入}$$

$$-6a = 4 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$a = -\frac{2}{3} \quad \leftarrow \text{両辺を } -6 \text{ でわる}$$

$$\underline{y = -\frac{2}{3}x}$$

このグラフは、8ページでかきます。

③ 例3 y の値から x の値を求める

例2の $y = -\frac{2}{3}x$ で、 $y=6$ のときの x を求めます。

$$6 = -\frac{2}{3}x \quad \leftarrow y=6 \text{ を代入}$$

$$-\frac{2}{3}x = 6 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$x = 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \quad \leftarrow \text{両辺に } -\frac{3}{2} \text{ をかける}$$

$$\underline{x = -9}$$

× $a = -3$ で答えを終える ○ 式を聞かれたら、 $y = -3x$ の形まで書く

× $y = 3x = 12$ のように $=$ をつなげる ○ $y = 3 \times 4 = 12$

× $-6a = 4$ から $a = -\frac{3}{2}$ とする ○ わる数 -6 を分母にして $a = -\frac{2}{3}$

合言葉 「比例と言われたら、まず $y = ax$ 」

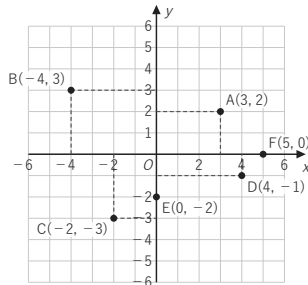
7 座標とは？ — 点の位置を2つの数の組で表す

このページのゴール 座標平面の点の座標を読み、座標から点をとれる

① 座標の言葉

平面上に、垂直に交わる2本の数直線をひく。横の数直線をx軸、縦の数直線をy軸、2つをあわせて座標軸、交わる点を原点O という。点Pの位置は、x座標とy座標の組 (x座標, y座標) で表し、これを点Pの座標という。

② 点の座標を読む



左の図で、原点から**x軸**の方向（右が正）に x座標だけ、**y軸**の方向（上が正）に y座標だけ進んだ所が、その点です。

点	原点からの進み方	座標
A	右へ3、上へ2	(3, 2)
B	左へ4、上へ3	(-4, 3)
C	左へ2、下へ3	(-2, -3)
D	右へ4、下へ1	(4, -1)
E	下へ2 (y軸の上)	(0, -2)
F	右へ5 (x軸の上)	(5, 0)

③ 座標から点をとる

- ① 原点から、x座標の分だけ、x軸の方向に進む（負なら左）
- ② そこから、y座標の分だけ、y軸の方向に進む（負なら下）

たとえば $(-4, 3)$ は、左へ4、上へ3の点Bです。軸の上の点は、一方の座標が0になります。原点で分けられた4つの部分では、座標の符号が決まります。右上は $(+, +)$ 、左上は $(-, +)$ 、左下は $(-, -)$ 、右下は $(+, -)$ です。

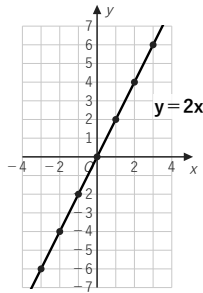
- × 座標を (y座標, x座標) の順に書く ○ (x座標, y座標) の順
- × y軸の上の点 $(0, -2)$ を $(-2, 0)$ とする ○ x座標が0、y座標が -2 なので $(0, -2)$
- × 原点を (0) と書く ○ 原点は $(0, 0)$

合言葉 「座標は（横, 縦）の順」

8 比例のグラフはどんな形？ — 原点を通る直線

このページのゴール 比例のグラフが原点を通る直線になることを知り、原点ともう1点でかく

① $y=2x$ のグラフ



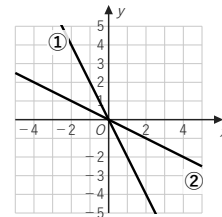
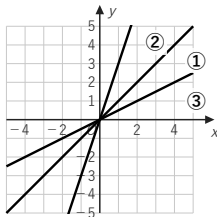
$y=2x$ の表の点を座標平面にとります。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

x の値を細かくしていくと、点はすきまなく並びます。

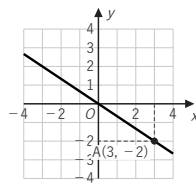
比例 $y=ax$ のグラフは、原点を通る直線である。

② a の正負と、直線の急さ



左：① $y=x$ 、② $y=3x$ 、③ $y=\frac{1}{2}x$ 右：① $y=-2x$ 、② $y=-\frac{1}{2}x$ 。 $a>0$ のとき、グラフは**右上がり**、 $a<0$ のとき**右下がり**です。 a の絶対値が大きいくほど、直線は急になります（② $y=3x$ は ① $y=x$ より急）。

③ 原点ともう1点でかく



① 原点をとる

② x座標・y座標がどちらも整数になる、もう1点をとる（ a が分数なら、x に分母の数を入れる）

③ 2点を通る直線を、座標平面のはしまでひく

6ページの $y=-\frac{2}{3}x$ は、 $x=3$ を入れると $-\frac{2}{3} \times 3 = -2$ なので、点 $(3, -2)$ をとります。

× $y=-\frac{2}{3}x$ で $x=1$ の点をとる ○ y が $\frac{2}{3}$ になり正しくとれません。 $x=3$ にする

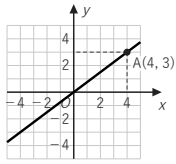
合言葉 「比例のグラフは、原点ともう1点」

9 比例のグラフから式をどう求めるの？ — 整数の点を読む

このページのゴール 比例のグラフから式を求め、比例定数が表・式・グラフのどこに表れるかを言える

① グラフから式を求める

① 整数の点を読む → ② $y = ax$ に代入して a を求める → ③ $y = \square x$ の形で答える。



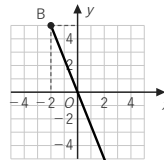
$y = ax$ ← 点A (4, 3) を読む

$3 = a \times 4$ ← $x = 4$ 、 $y = 3$ を代入

$4a = 3$ ← 左辺と右辺を入れかえ

$a = \frac{3}{4}$ ← 両辺を4でわる

$$y = \frac{3}{4}x$$



$y = ax$ ← 右下がり。点B (-2, 5)

$5 = a \times (-2)$ ← $x = -2$ 、 $y = 5$ を代入

$-2a = 5$ ← 左辺と右辺を入れかえ

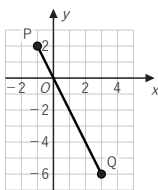
$a = -\frac{5}{2}$ ← 両辺を -2 でわる

$$y = -\frac{5}{2}x$$

② 比例定数は、どこに表れるか

	表	式	グラフ
a は	どの列も $y \div x$ が a 。 $x = 1$ のときの y が a	$y = ax$ の a	点 (1, a) を通る
$y = 3x$ なら	$x = 1$ のとき $y = 3$	$a = 3$	点 (1, 3) を通る

③ 変域のあるグラフ



$y = -2x$ で x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、グラフは点P (-1, 2) から点Q (3, -6) までの線分で、両はしは点 ● です。

y の変域は、両はしの y から決めます。 $x = -1$ のとき $-2 \times (-1) = 2$ 、 $x = 3$ のとき $-2 \times 3 = -6$ なので、 $-6 \leq y \leq 2$ です。 a が負なので、 x が小さいほうのはしで y が大きくなります。

× 読みにくい点（座標が整数でない点）を使う ○ 方眼の線の交わる、整数の点を読む

× y の変域を $2 \leq y \leq -6$ と書く ○ 小さいほうを左に $-6 \leq y \leq 2$

合言葉 「グラフから式は、整数の点を読んで $y = ax$ へ」

10 反比例の性質は？ 式はどう求めるの？ — xy が一定

このページのゴール x や比例定数が負の数のときも反比例の性質を使い、1組の x 、 y から式を求められる

① 小学校の反比例（面積 36cm^2 の長方形）

x	1	2	3	4	6
y	36	18	12	9	6

x が2倍、3倍…になると、 y は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍…になります。

② 負の数に広げる ($y = \frac{12}{x}$)

x	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	6
y	-2	-3	-4	-6	-12	なし	12	6	4	3	2

$x=0$ の列は、 $12 \div 0$ を計算できない（0でわることはできない）ので、 y の値がありません。 x が -1 から -2 になる（2倍）と、 y は -12 から -6 になります（ $\frac{1}{2}$ 倍）。

反比例では、 xy の値は一定で、比例定数 a に等しい。

確かめ： $(-3) \times (-4) = 12$ 、 $2 \times 6 = 12$ で、どれも 12 です。

③ 1組の x 、 y から式を求める

手順は、① $y = \frac{a}{x}$ と書く → ② $a = xy$ に、分かっている x 、 y を入れて a を求める ($y = \frac{a}{x}$ に代入して解いても同じ) → ③ $y = \frac{\square}{x}$ の形で答える、です。例 y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=-4$ 。

$$y = \frac{a}{x} \quad \leftarrow \text{① 反比例の式}$$

$$a = xy \quad \leftarrow \text{② } a \text{ は } x \times y$$

$$a = 3 \times (-4) \quad \leftarrow x=3, y=-4 \text{ を代入}$$

$$a = -12$$

$$y = -\frac{12}{x} \quad \leftarrow \text{③ 式}$$

この式で $x=-2$ のとき $-12 \div (-2) = 6$ ($y=6$)。 $y=3$ のときは、 $xy=-12$ に $y=3$ を入れて $3x=-12$ なので、 $x=-12 \div 3 = -4$ です。

× 反比例の式を $y=ax$ で求める ○ $y = \frac{a}{x}$ で、 a は $x \times y$

× x も y も負の数のとき a を負にする ○ 負×負は正なので a は正

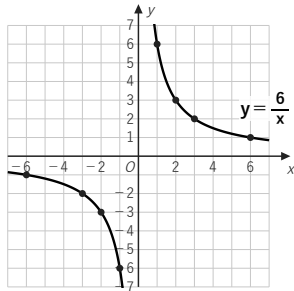
× 「 x が増えると y が減るのが反比例」とする ○ $y = -\frac{12}{x}$ は $x > 0$ で、 x が増えると y も増える

合言葉 「反比例の a は、 $x \times y$ 」

11 反比例のグラフはどんな形？ — 双曲線

このページのゴール 反比例のグラフが双曲線になることを知り、表の点をとってかける

① $y = \frac{6}{x}$ のグラフ



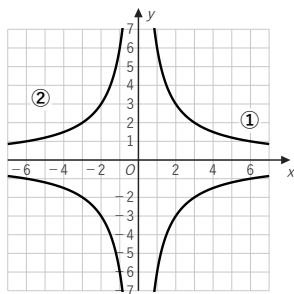
x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1

y が整数になる x (6の約数とその負の数) を選ぶと、点をとりがよくなります。点をなめらかな曲線でむすぶと、原点をはさんで向かい合う、2つの部分になります。

反比例のグラフは、双曲線という2つの曲線になる。

② グラフの特徴

$x=0$ のときの y はなく、 y が0になる x もありません。だから、グラフは x 軸、 y 軸と交わりません（軸に近づきますが、くっつきません）。



① $y = \frac{6}{x}$ ($a > 0$) は右上と左下、② $y = -\frac{6}{x}$ ($a < 0$) は左上と右下にあります。

③ 値の変化

$a > 0$ のとき、 $x > 0$ の範囲で x が増えると y は減ります ($x < 0$ の範囲でも同じ)。 $a < 0$ のときは、 $x > 0$ の範囲で x が増えると y は増えます。

× 点を折れ線でむすぶ ○ なめらかな曲線でむすぶ

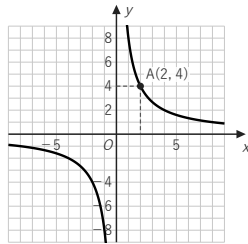
× 曲線を軸にくっつける・軸と交わらせる ○ 軸に近づくだけで、交わらない

合言葉 「反比例のグラフは、軸と交わらない、なめらかな2つの曲線」

12 反比例のグラフから式をどう求めるの？ — 比例とくらべる

このページのゴール 反比例のグラフから式を求め、比例と反比例のちがいを、表・式・グラフで言える

① グラフから式を求める



x座標・y座標がどちらも整数の点を読み、 $a=xy$ に入れます。グラフは点(2, 4)を通るので、

$$a=xy \quad \leftarrow a \text{ は } x \times y$$

$$a=2 \times 4 \quad \leftarrow x=2, y=4$$

$$a=8$$

$$y = \frac{8}{x}$$

② x座標・y座標がどちらも整数の点

$y = \frac{8}{x}$ は $xy=8$ なので、 x が **8の約数** (1、2、4、8) とその負の数するとき、 y も整数になります。正の側の4個 (1, 8)、(2, 4)、(4, 2)、(8, 1) と、負の側の4個 (-1, -8)、(-2, -4)、(-4, -2)、(-8, -1) で、全部で **8個** です。 $x=3$ だと $y = \frac{8}{3}$ で整数になりません。

③ 比例と反比例のグラフが交わる点

交わる点は、両方の式に当てはまります。 $y=4x$ と $y = \frac{a}{x}$ が $x=2$ で交わる時、比例の式から $y=4 \times 2=8$ なので交わる点は (2, 8) です。この点は反比例のグラフ上にもあるので、 $a=xy$ に $x=2$ 、 $y=8$ を入れて $a=2 \times 8=16$ です。

④ 比例と反比例をくらべる

	比例	反比例
式	$y=ax$	$y = \frac{a}{x}$
一定になるもの	$\frac{y}{x} = a$	$xy = a$
グラフ	原点を通る直線	双曲線 (軸と交わらない)
グラフ上の点	どちらも点 (1, a) を通る	

× 反比例のグラフから式を、 $\frac{y}{x}$ で求める ○ $\frac{y}{x}$ は比例。反比例は xy

× 交点の問題で、比例の式に x を入れずに a を求めようとする ○ 先に比例の式で y を求める

合言葉 「比例は $\frac{y}{x}$ 、反比例は xy 」

13

3つの量の関係から、比例か反比例かを求めるには？

このページのゴール A=B×C の関係で、どれを決めるかで比例か反比例かが決まることを知り、電子レンジや歯車の問題を式にできる

①

A=B×Cの3つの数量

道のり＝速さ×時間 のように、3つの数量がA=B×C の関係にあるとき、どれを決めるかで関係が変わります。

決める数量	関係
速さを分速60mに決める	道のり y m は時間 x 分に 比例 y=60x
道のりを1200mに決める	時間 y 分は速さ（分速 x m）に 反比例 $y=\frac{1200}{x}$
仕事の量を決める（7人で8日の仕事）	人数×日数=7×8=56 で一定。日数 y 日は人数 x 人に 反比例 $y=\frac{56}{x}$

②

電子レンジの加熱時間

同じ食品なら、「出力×時間」が同じになると考えます。だから、時間は出力に反比例します。500Wで3分の食品を、600Wであたためます。時間を y 分、出力を x W とします。

$xy=500\times 3$ ← 出力×時間が一定

$y=\frac{1500}{x}$ ← $a=500\times 3=1500$

$y=\frac{1500}{600}$ ← x=600 を代入

$y=2.5$ ← $1500\div 600$

0.5分は $0.5\times 60=30$ （秒）なので、**2分30秒**です。

③

かみ合う歯車

かみ合う歯車は、同じ時間に同じ数の歯が進みます。だから (Aの歯の数)×(Aの回転数)=(Bの歯の数)×(Bの回転数) です。

例1（反比例） 歯の数24で毎分20回転する歯車Aに、歯の数 x の歯車Bをかみ合わせる。Bは毎分 y 回転する。

$xy=24\times 20$ ← 歯の数×回転数が等しい

$y=\frac{480}{x}$ ← $a=24\times 20=480$

Bの歯が32なら、毎分 $480\div 32=15$ （回転）

例2（比例） 同じA（歯24）とB（歯32）で、Aの回転数を x、Bの回転数を y とする。

$24x=32y$ ← 歯の数×回転数が等しい

$y=\frac{3}{4}x$ ← 両辺を32でわる

何を x・y にするかで、比例にも反比例にもなります。

- ☒ 歯車の問題を、いつも反比例と決めつける
- ☐ 例2は比例
- ☒ 2.5分を2分5秒とする
- ☐ 0.5分は30秒なので2分30秒

合言葉 「歯車は、歯の数×回転数 が等しい」

14 はかりにくい量をどう求めるの？ — 比例とみなす

このページのゴール 身のまわりの量を比例とみなして式をつくり、はかりにくい量を求められる

① 手順

① 2つの数量を x 、 y にする（単位も）→ ② 比例か反比例か（とみなせるか）を決める → ③ 式を求める → ④ 代入して答え、確かめる。

② 例1 紙の枚数と重さ

同じ種類の紙100枚の重さを量ったら250gでした。この紙の束の重さを量ったら1150gでした。紙は何枚ありますか。

① 枚数を x 枚、重さを y g とする。② 1枚の重さが決まっているので比例。

$$y = ax \quad \leftarrow \text{③ 比例の式}$$

$$\underline{250} = a \times \underline{100} \quad \leftarrow x=100, y=250 \text{ を代入}$$

$$100a = 250 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$a = \frac{5}{2} \quad \leftarrow \text{両辺を100でわる}$$

$$y = \frac{5}{2}x$$

④ $y=1150$ を代入して、 x を求める。

$$1150 = \frac{5}{2}x \quad \leftarrow y=1150 \text{ を代入}$$

$$\frac{5}{2}x = 1150 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$\underline{x = 460} \quad \leftarrow \text{両辺に} \frac{2}{5} \text{ をかける}$$

$$\text{確かめ: } \frac{5}{2} \times 460 = 1150 \quad \bigcirc \quad \text{答え } 460 \text{ 枚}$$

③ 例2 待ち時間を予想する

行列で、自分の前に150人並んでいます。5分間で30人が進みました。同じ割合で進むとみなして、自分の番が来るまでの時間を予想しなさい。

① 時間を x 分、進んだ人数を y 人とする。

② 同じ割合で進むとみなすので、比例とする。

$$y = ax \quad \leftarrow \text{③ 比例の式}$$

$$\underline{30} = a \times \underline{5} \quad \leftarrow x=5, y=30 \text{ を代入}$$

$$5a = 30 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$a = 6 \quad \leftarrow \text{両辺を5でわる}$$

$$y = 6x$$

④ $y=150$ を代入して、 x を求める。

$$150 = 6x \quad \leftarrow y=150 \text{ を代入}$$

$$6x = 150 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$\underline{x = 25} \quad \leftarrow \text{両辺を6でわる}$$

答え およそ25分後

× 「みなす」問題で、ぴったりその時間と言い切る ○ 「みなす」は、比例と考えて予想すること。「およそ」と書く

合言葉 「はかりにくい量は、比例する量ではかる」

15 グラフから何が読みとれるの？ — 2人の道のり

このページのゴール 比例のグラフを読みとって、2人の差や着く時間を求められる

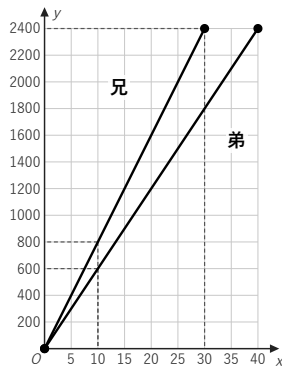
① 場面を式とグラフにする

兄は分速80m、弟は分速60mで、同時に家を出て、2400mはなれた公園へ歩きます。x 分後の家からの道のりを y m とすると、道のり = 速さ × 時間 なので、

$$\text{兄 } y=80x \quad \text{弟 } y=60x$$

どちらも比例で、公園に着くまでの x の範囲でグラフをかきます。

② グラフを読む



① 10分後の2人の間の道のり。x=10 のときの y を読むと、兄は800m、弟は600m です。

$$800 - 600 = 200 \quad \mathbf{200m}$$

② 兄が公園に着くのは、y=2400 の所の x を読んで**30分後**です。そのとき弟は1800mの所にいます。弟が公園に着くのは**40分後**で、兄より 40-30=10 (分) おそくなります。

③ 直線が急なほうが、速く進んでいます。

③ 差が広がるようす

x (分)	10	20	30
兄 y (m)	800	1600	2400
弟 y (m)	600	1200	1800
差 (m)	$800 - 600 = 200$	$1600 - 1200 = 400$	$2400 - 1800 = 600$

兄が公園に着く30分後まで、2人の差は10分ごとに200mずつ広がります。30分後、弟は公園まであと $2400 - 1800 = 600$ (m) です。

× 「何mはなれているか」を、x座標の差で読む ○ 何mは縦 (y) の差、何分は横 (x) の差

合言葉 「何m は縦、何分は横」

確認問題① 関数・変域・見分け方・比例の性質

答えと解き方は20～22ページ（10・11枚目の紙）にあります。途中式は、問題のわくの中に書きましょう。【 】は、わからないときに読み直すページです。

1 関数 【2ページ】

- (1) 次のア～エのうち、 y が x の関数であるものをすべて選びなさい。

ア 1個90円のりんごを x 個買ったときの代金 y 円 イ 自然数 x の倍数 y

ウ 1辺の長さが x cm の正方形の周の長さ y cm エ x 歳の人が持っているお金 y 円
- (2) 500円玉を出して、1個80円のパンを x 個買ったときのおつりを y 円とします。 y を x の式で表しなさい。

2 変域 【3ページ】

- (1) ある荷物の重さは、25kg以上40kg未満です。この重さを x kg として、 x の変域を不等号で表しなさい。
- (2) 下の数直線を見て、 x の変域を不等号で表しなさい。


- (3) 深さ42cmの水そうに、毎分6cmずつ深くなるように水を入れます。入れ始めてから満水になるまでの時間を x 分とすると、 x の変域を不等号で表しなさい。

3 比例と反比例を見分ける 【4ページ】

- (1)～(3)は、 y を x の式で表し、比例・反比例・どちらでもない のどれかを答えなさい。比例か反比例なら、比例定数も答えなさい。
- (1) 底辺が9cmの平行四辺形の高さを x cm、面積を y cm² とします。
- (2) x 円を5人で等しく分けたときの1人分を y 円とします。
- (3) 周の長さが20cmの長方形の縦を x cm、横を y cm とします。
- (4) 次のア～オの式のうち、 y が x に比例するものをすべて、反比例するものをすべて選びなさい。

ア $y = \frac{x}{7}$ イ $y = \frac{9}{x}$ ウ $y = -2x$ エ $y = 7 - x$ オ $y = -\frac{6}{x}$

4 比例の性質 【5ページ】

- (1) y は x に比例し、 $y = -5x$ です。表の空らんア、イをうめなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	15	ア	5	0	-5	イ	-15
- (2) y は x に比例し、比例定数は -6 です。 x の値が3倍になると、 y の値は何倍になりますか。

確認問題② 比例の式・座標・比例のグラフ

5 比例の式 【6ページ】

(1) y は x に比例し、 $x=6$ のとき $y=-42$ です。 y を x の式で表しなさい。

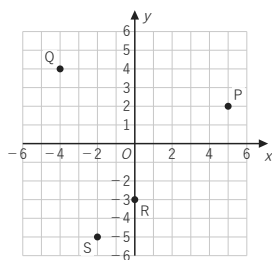
(2) (1)の式を使って、 $x=-5$ のときの y の値を求めなさい。

(3) y は x に比例し、 $x=10$ のとき $y=-4$ です。 y を x の式で表しなさい。

(4) (3)の式を使って、 $y=8$ のときの x の値を求めなさい。

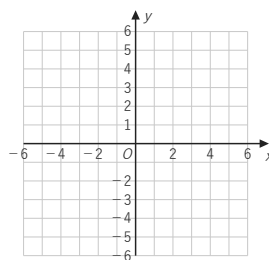
6 座標 【7ページ】

(1) 下の図の点P, Q, R, Sの座標を答えなさい。



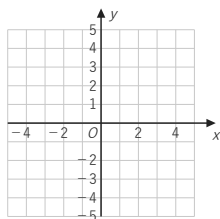
P(,) Q(,)
R(,) S(,)

(2) 点T(-5, 2)、点U(3, -4)を、下の図にかき入れなさい。



7 比例のグラフ 【8ページ】

(1) 次の①, ②の直線を、下の図にかき入れなさい。 ① $y=3x$ ② $y=-\frac{3}{4}x$



(2) 次のア～エの式のうち、グラフが右下がりの直線になるものをすべて選びなさい。また、グラフがいちばん急な直線になるものを選びなさい。

ア $y=-4x$ イ $y=2x$
ウ $y=-\frac{1}{2}x$ エ $y=\frac{5}{2}x$

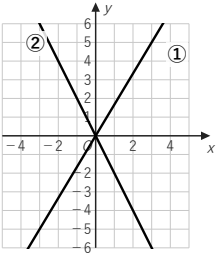
確認問題③ グラフから式・反比例の性質と式・反比例のグラフ

8 比例のグラフから式・変域【9ページ】

右の図の直線①、②は、どちらも比例のグラフです。

(1) 直線①の式を求めなさい。

(2) 直線②の式を求めなさい。



(3) 比例の式 $y = -4x$ で、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域を不等号で表しなさい。

9 反比例の性質と式【10ページ (4)(5)は13ページ】

(1) y は x に反比例し、 $y = \frac{16}{x}$ です。表の空らんア、イをうめなさい。

x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	-2	ア	-8	-16	16	イ	4	2

(3) (2)の式を使って、 $x = -10$ のときの y の値を求めなさい。

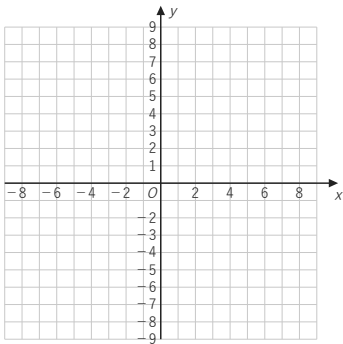
(4) 2100mの道のりを分速 x m で歩くときにかかる時間を y 分とします。 y を x の式で表しなさい。

(2) y は x に反比例し、 $x = -5$ のとき $y = 4$ です。 y を x の式で表しなさい。

(5) (4)の式を使って、分速60mで歩くとき、何分かかりますか。

10 反比例のグラフ【11ページ】

(1) 反比例 $y = -\frac{8}{x}$ のグラフを、下の図にかきなさい。



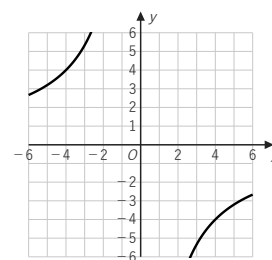
(2) 反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフについて、正しいものをすべて選びなさい。

- ア 原点を通る。
- イ x 軸、 y 軸と交わらない。
- ウ $a < 0$ のとき、グラフは左上と右下にある。
- エ $a > 0$ のとき、 $x > 0$ の範囲で、 x が増えると y も増える。

確認問題 ④ 反比例のグラフから式・利用

11 反比例のグラフから式・比例とくらべる 【12ページ】

(1) 右の図は、反比例のグラフです。y を x の式で表しなさい。



(2) (1)のグラフ上の点で、x座標と y座標がどちらも整数になる点は、全部で何個ありますか（図の外のものもふくめます）。

(3) 比例のグラフ $y = -2x$ と、反比例のグラフ $y = \frac{a}{x}$ が、x座標が -3 の点で交わっています。a の値を求めなさい。

12 利用 （小問ごとの【 】のページを読み直す）

(1) 歯の数が20の歯車Aと、歯の数が36の歯車Bがかみ合っています。Aの回転数を x、Bの回転数を y として、y を x の式で表しなさい。

【13ページ】

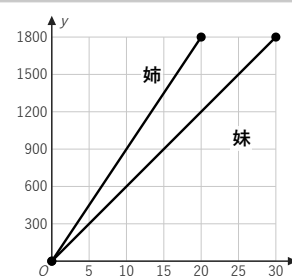
(2) ある仕事を5人ですると18日かかります。同じ仕事を9人ですると何日かかりますか（1人が1日にする仕事の量は、だれも同じとします）。

【13ページ】

(3) 同じ種類のクリップ40個の重さを量ったら60gでした。このクリップを何個かまとめて量ったら510gでした。クリップは何個ありますか（1個の重さはみな同じとして、比例とみなして求めます）。

【14ページ】

(4) 姉は分速90m、妹は分速60mで、同時に家を出て、1800mはなれた駅へ歩きます。右のグラフから、10分後の2人の間の道のりと、妹が駅に着くのは姉より何分あとかを答えなさい。



【15ページ】

確認問題の答えと解き方

式を1行ずつ変形しています。右の小さい字は、その行でしたことです。太字で網かけの行が答え、【 】は読み直すページです。途中式は一例です。

1 関数 【2ページ】

(1) ア, ウ

イは、 $x=4$ のとき y は 4、8、12、… と1つに決まらないので関数でない。
エは、同じ年齢でも持っているお金は人によってちがうので関数でない。

(2) $y=500-80x$ ←おつり=出したお金-代金 (代金は80x円)

2 変域 【3ページ】

(1) $25 \leq x < 40$ 25kgはふくみ、40kgはふくまない

(2) $-1 < x \leq 5$ -1は○ (ふくまない)、5は● (ふくむ)

(3) 満水になるのは $42 \div 6 = 7$ (分後)
 $0 \leq x \leq 7$

3 比例と反比例を見分ける 【4ページ】

(1) $y=9x$ ←平行四辺形の面積=底辺×高さ
比例 比例定数は9

(2) $y=\frac{x}{5}$ ←1人分=全体÷人数
 $\frac{x}{5}$ は $\frac{1}{5}x$ と同じ形なので比例 比例定数は $\frac{1}{5}$

(3) $(x+y) \times 2 = 20$ ←周の長さ=(縦+横)×2
 $x+y=10$ ←両辺を2でわる
 $y=10-x$ ← x を移項
どちらでもない

(4) アは $\frac{1}{7}x$ と同じ形、ウは ax の形なので比例。イ、オは x が分母なので反比例。
エは $y=ax$ 、 $y=\frac{a}{x}$ のどちらの形でもない。
比例 ア, ウ / 反比例 イ, オ

4 比例の性質 【5ページ】

(1) $A=10$, $I=-10$

$-5 \times (-2) = 10$, $-5 \times 2 = -10$

(2) 比例定数が負でも、 x が3倍になると y も3倍になる。たとえば $x=1$ のとき $y=-6$ 、 $x=3$ のとき $-6 \times 3 = -18$ で、 y も3倍。
3倍

5 比例の式 【6ページ】

(1) $y=ax$ ←比例の式

$-42 = a \times 6$ ← $x=6$ 、 $y=-42$ を代入

$6a = -42$ ←左辺と右辺を入れかえ

$a = -7$ ←両辺を6でわる

$y = -7x$

確かめ: $-7 \times 6 = -42$

(2) $y = -7 \times (-5)$ ← $x=-5$ を代入

$y=35$

(3) $y=ax$ ←比例の式

$-4 = a \times 10$ ← $x=10$ 、 $y=-4$ を代入

$10a = -4$ ←左辺と右辺を入れかえ

$a = -\frac{2}{5}$ ←両辺を10でわる

$y = -\frac{2}{5}x$

確かめ: $-\frac{2}{5} \times 10 = -4$

(4) $\underline{8} = -\frac{2}{5}x$ ← $y=8$ を代入

$-\frac{2}{5}x = 8$ ←左辺と右辺を入れかえ

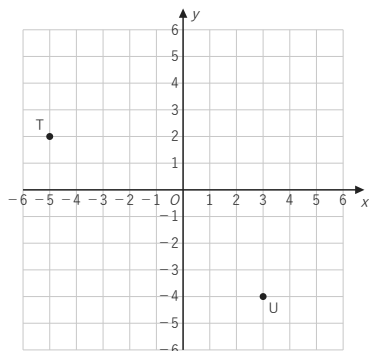
$x = 8 \times (-\frac{5}{2})$ ←両辺に $-\frac{5}{2}$ をかける

$x = -20$

6 座標 【7ページ】

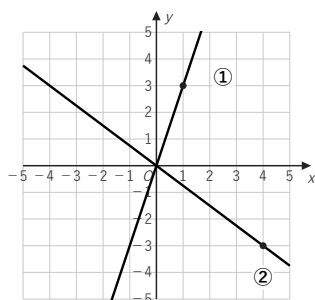
- (1) P(5, 2) Q(-4, 4)
R(0, -3) S(-2, -5)

- (2) 右の図のとおり。Tは左へ5、上へ2、Uは右へ3、下へ4。



7 比例のグラフ 【8ページ】

- (1) ① 原点と点 (1, 3) を通る直線。② 原点と点 (4, -3) を通る直線。



- (2) 右下がりになるのは $a < 0$ のとき。

右下がり ア, ウ

a の絶対値が大きいほど急。ア 4、イ 2、ウ $\frac{1}{2}$ 、エ $\frac{5}{2}$ で、いちばん大きいのはア。

いちばん急 ア

8 比例のグラフから式・変域 【9ページ】

- (1) $y = ax$ ← 点 (3, 5) を読む

$$\underline{5} = a \times \underline{3} \quad \leftarrow x=3, y=5 \text{ を代入}$$

$$3a = 5 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$a = \frac{5}{3} \quad \leftarrow \text{両辺を3でわる}$$

$$y = \frac{5}{3}x$$

- (2) $y = ax$ ← 点 (2, -4) を読む

$$\underline{-4} = a \times \underline{2} \quad \leftarrow x=2, y=-4 \text{ を代入}$$

$$2a = -4 \quad \leftarrow \text{左辺と右辺を入れかえ}$$

$$a = -2 \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

$$y = -2x$$

- (3) a が負なので、 x が小さいほうのはしで y が大きくなる。

$$x = -2 \text{ のとき } -4 \times (-2) = 8, x = 3 \text{ のとき } -4 \times 3 = -12$$

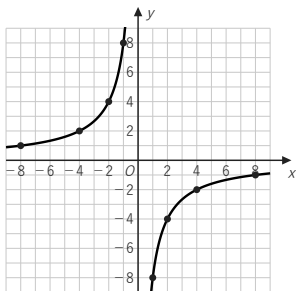
$$-12 \leq y \leq 8$$

9 反比例の性質と式 【10ページ (4)(5)は13ページ】

- (1) $a = -4, \quad b = 8$
 $16 \div (-4) = -4, \quad 16 \div 2 = 8$
- (2) $y = \frac{a}{x}$ ← 反比例の式
 $a = xy$ ← a は $x \times y$
 $a = (-5) \times 4$ ← $x = -5, y = 4$ を代入
 $a = -20$
 $y = -\frac{20}{x}$
- (3) $y = -20 \div (-10)$ ← $x = -10$ を代入
 $y = 2$
- (4) $xy = 2100$ ← 速さ $\times$ 時間 = 道のり
 $y = \frac{2100}{x}$ ← 比例定数は 2100
- (5) $y = 2100 \div 60$ ← $x = 60$ を代入
 $y = 35$
35分 確かめ: $60 \times 35 = 2100$

10 反比例のグラフ 【11ページ】

- (1) 点 $(1, -8), (2, -4), (4, -2), (8, -1)$ と $(-1, 8), (-2, 4), (-4, 2), (-8, 1)$ をとり、なめらかな2つの曲線でむすぶ(軸には近づくだけ)。



- (2) イ, ウ
 a は、原点では $x=0$ になり y がないので通らない。エは、 $a > 0$ のとき $x > 0$ の範囲で x が増えると y は減る。

11 反比例のグラフから式・比例とくらべる 【12ページ】

- (1) $a = xy$ ← a は $x \times y$
 $a = 4 \times (-4)$ ← グラフが通る点 $(4, -4)$
 $a = -16$
 $y = -\frac{16}{x}$

- (2) $xy = -16$ なので、 x が 16 の約数 $(1, 2, 4, 8, 16)$ とその負の数 のとき、 y も整数になる。
 $(1, -16), (2, -8), (4, -4), (8, -2), (16, -1), (-1, 16), (-2, 8), (-4, 4), (-8, 2), (-16, 1)$

10個

- (3) $y = -2 \times (-3)$ ← 比例の式に $x = -3$ を入れる
 $y = 6$ ← 交わる点は $(-3, 6)$
 $a = xy$ ← a は $x \times y$
 $a = (-3) \times 6$ ← 点 $(-3, 6)$ の x, y
 $a = -18$

12 利用 【13~15ページ】

- (1) $(A \text{ の歯の数}) \times (A \text{ の回転数}) = (B \text{ の歯の数}) \times (B \text{ の回転数})$
 $20x = 36y$ ← 歯の数 $\times$ 回転数が等しい
 $y = \frac{20x}{36}$ ← 両辺を 36 でわる
 $y = \frac{5}{9}x$ ← 約分する
 x が分子の形なので **比例** (比例定数は $\frac{5}{9}$)
- (2) 人数を x 人、日数を y 日とする。仕事の量が一定なので反比例。
 $xy = 5 \times 18$ ← 人数 $\times$ 日数 = 仕事の量
 $y = \frac{90}{x}$
 $y = 90 \div 9$ ← $x = 9$ を代入
 $y = 10$
10日 確かめ: $9 \times 10 = 90$
- (3) 個数を x 個、重さを y g とする。1個の重さが決まっているので比例とみなす。
 $y = ax$ ← 比例の式
 $60 = a \times 40$ ← $x = 40, y = 60$ を代入
 $40a = 60$ ← 左辺と右辺を入れかえ
 $a = \frac{3}{2}$ ← 両辺を 40 でわる
 $y = \frac{3}{2}x$
 $510 = \frac{3}{2}x$ ← $y = 510$ を代入
 $\frac{3}{2}x = 510$ ← 左辺と右辺を入れかえ
 $x = 510 \times \frac{2}{3}$ ← 両辺に $\frac{2}{3}$ をかける
 $x = 340$
340個 確かめ: $\frac{3}{2} \times 340 = 510$
- (4) 10分後は、姉が900m、妹が600mの所。 $900 - 600 = 300$ **300m**
 姉は20分後、妹は30分後に駅に着く。 $30 - 20 = 10$ **10分あと**